



Bienvenido/a
a **tu próximo desafío**

| Curso Nivelatorio Ingreso 2026 |

· Dirección de Educación Superior | Dirección General de Escuelas
Provincia de Mendoza

Módulo

DGe

Razonamiento lógico y resolución de problemas

Cuadernillo A.

Material teórico para estudio.

Curso nivelatorio para el ingreso
2026 a carreras de formación
docente y técnica





Capacidades

1

Resolver problemas que involucren operaciones con números racionales, proporciones, porcentajes y razones, aplicando criterios de cálculo y estimación.

2

Interpretar y producir representaciones algebraicas, gráficas y tabulares de funciones lineales y cuadráticas, reconociendo sus propiedades y comportamientos.

3

Resolver ecuaciones e inecuaciones lineales en contextos diversos, justificando procedimientos y resultados.

4

Analizar situaciones geométricas que involucren semejanza, perímetro, área y relaciones trigonométricas en triángulos rectángulos.

5

Interpretar y comunicar información estadística y probabilística mediante gráficos, medidas de tendencia central y análisis de datos en contextos reales.

Materiales seleccionados a partir de las producciones institucionales.

Elaborado por la Comisión Mixta integrada por el equipo técnico jurisdiccional y docentes en representación de los Institutos de Educación Superior, de gestión estatal y privada: 9-001; 9-003; 9-004; 9-006; 9-010; 9-019; 9-021; 9-023; 9-028; 9-029; PT-005; PT-071 y PT-177.

ÍNDICE

Resolver problemas que involucren operaciones con números racionales, proporciones, porcentajes y razones, aplicando criterios de cálculo y estimación

	Página
El sistema de numeración decimal	1
LOS CONJUNTOS NUMÉRICOS	
El conjunto de los números Naturales	3
El conjunto de los números Enteros	5
El conjunto de los números Racionales	6
Fracciones	8
Expresiones Decimales	12
Operaciones y Propiedades	13
Porcentaje	17
RAZONES Y PROPORCIONES	
Razón	19
Proporción	20

Interpretar y producir representaciones algebraicas, gráficas y tabulares de funciones lineales y cuadráticas, reconociendo sus propiedades y comportamientos.

SISTEMA DE REFERENCIA

El plano Cartesiano	24
Función	26
Formas de representación. Dominio, Codominio, imagen	27
Función Afín	29
Función de proporcionalidad directa	30
Función de proporcionalidad inversa	31
Función Cuadrática	32
Recurso tecnológico	34

Resolver ecuaciones e inecuaciones lineales en contextos diversos, justificando procedimientos y resultados.

Introducción. Ecuaciones	37
Ecuaciones de primer grado	38
Ecuaciones con valor absoluto o modulares	40
Inecuaciones	41

Analizar situaciones geométricas que involucren semejanza, perímetro, área y relaciones trigonométricas en triángulos rectángulos.

Criterios de Semejanza	44
PERÍMETRO Y ÁREA	
Perímetro	47
Área	48
TRIÁNGULOS	
Clasificación	51
Teorema de Pitágoras	52
TRIGONOMETRÍA	
Razones trigonométricas	54
Recursos Tecnológicos	57

Interpretar y comunicar información estadística y probabilística mediante gráficos, medidas de tendencia central y análisis de datos en contextos reales.

Estadística	60
Población – Muestra-Variantes	61
Frecuencias	63
Medidas Centrales	64
Probabilidad	65

Capacidad: Resolver problemas que involucren operaciones con números racionales, proporciones, porcentajes y razones, aplicando criterios de cálculo y estimación

Saberes:

- Propiedades de números racionales y su representación.
- Proporciones, razones y porcentajes.
- Técnicas de cálculo y estimación.
- Modelización de situaciones y operaciones mediante números racionales

COMENZAMOS...

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

Un sistema de numeración es un conjunto de símbolos y reglas que permiten representar cantidades, escribir y leer números de forma coherente. Cada sistema tiene su propio conjunto de símbolos (llamados dígitos) y reglas de generación que determinan cómo se construyen los números válidos y el valor que tiene cada símbolo según su posición. El sistema más conocido es el decimal, que usa diez símbolos (0 al 9) y tiene base 10.

El sistema decimal de numeración utiliza diez elementos o símbolos llamados, individualmente,

dígitos: $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, con ellos podemos representar cualquier número.

El sistema decimal es posicional porque el valor de cada dígito depende de la posición que ocupa en el número. Por ejemplo, el 6 no tiene el mismo valor en los siguientes números:

756 el dígito 6 ocupa el lugar de las unidades.

614 el dígito 6 ocupa el lugar de las centenas y 6 centenas son 600 unidades.

60 el dígito 6 ocupa el lugar de las decenas y 6 decenas son 60 unidades

Para leer un número conviene separarlo en grupos de tres cifras comenzando por la derecha. Cada grupo se compone de unidades, decenas y centenas, respectivamente. Por ejemplo, el número 178.940.805

Millones			Miles					
C	D	U	C	D	U	C	D	U
1	7	8	9	4	0	8	0	5
178			940			805		
Ciento setenta y ocho			Novecientos cuarenta			Ochocientos cinco		
Millones			Mil					

La lectura del número es ciento setenta y ocho **millones**, novecientos cuarenta **mil**, ochocientos cinco.

✓ *Descomposición de un número.*

Descomponer un número es expresarlo como la suma de los valores de sus cifras, teniendo en cuenta la posición que ocupan esas cifras.

- Se puede descomponer en forma aditiva; es decir, a través de sus sumas

Ejemplo: $1.342 = 1\,000 + 300 + 40 + 2$

- Se puede descomponer en forma multiplicativa; es decir, a través de suma de multiplicaciones.

$$\text{Ejemplo: } 1.342 = 1 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 2$$

Desde el inicio de la construcción de la ciencia Matemática, el ser humano ha buscado desarrollar sistemas de representación que le permitan comprender su realidad cotidiana, analizar su pasado y proyectarse hacia el futuro. Una de las necesidades fundamentales que surgió fue la de contar y agrupar objetos, lo que dio lugar a la idea de número. La noción de número se basa en la habilidad humana para

clasificar y ordenar objetos, permitiendo así la cuantificación de recursos vitales. Los números son esenciales para medir el tiempo y planificar nuestras actividades diarias, ya sea para estudiar, trabajar o descansar. Además, el dominio de los números ha sido fundamental para el desarrollo y avance de la tecnología. Las primeras formas de registrar números se basaban en métodos prácticos, como el uso de los dedos de las manos, lo que sentó las bases para la invención del *sistema de numeración decimal*. Este sistema, que agrupa elementos de diez en diez, ha sido ampliamente utilizado en la historia y ha permitido una gran variedad de aplicaciones en diferentes campos. Según la Real Academia Española, un número es la expresión y representación de una cantidad con relación a su unidad, lo que refleja la importancia de los números en nuestra comprensión del mundo y en nuestra capacidad para interactuar con él de manera efectiva

LOS CONJUNTOS NUMÉRICOS

✓ El conjunto de los Números Naturales.

Los números naturales son los que se usan, primordialmente, para contar: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... A este conjunto de números se lo identifica con la letra **N** en alusión a la palabra naturaleza.

Entonces:

$$\mathbf{N} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; \dots\}$$

Los tres puntos suspensivos hacen referencia a una característica esencial de los números naturales: se trata de un conjunto infinito de números. Y si bien **N** tiene primer elemento (el número uno), **N** carece de último elemento.

Otra representación de **N** es en la recta numérica.



La clasificación del número cero (0) como número natural es un tema de debate en la comunidad matemática. Aunque algunas fuentes de conocimiento matemático, como libros y enciclopedias, afirman que el cero es un número natural, en realidad pertenece al $\mathbb{Z}$ y su consideración como número natural dependerá según el contexto y conveniencia en el proceso de enseñanza - aprendizaje. Sin embargo, para abordar esta ambigüedad, se utilizan notaciones específicas que permiten incluir o excluir al cero del conjunto de los

números naturales ($\mathbb{N}$).

Por ejemplo, el conjunto $\mathbb{N}_0$ se define como $\mathbb{N}_0 = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; \dots\} = \mathbb{N} \cup \{0\}$, donde se considera la unión del conjunto $\mathbb{N}$ y el conjunto $\{0\}$, que solo contiene al número cero. Esta notación permite clarificar si se incluye o no al cero en el conjunto de los números naturales.

La razón detrás de esta dicotomía conceptual se fundamenta en las necesidades específicas del contexto en el que se aplica. Por ejemplo, en la enseñanza de la escuela primaria, es conveniente que los estudiantes asocien el conjunto de números naturales con la noción conceptual del número cero.

Esto se debe a que el cero es el elemento neutro para la operación matemática de la adición y puede ser el resultado de la operación de sustracción, conceptos que son objeto de enseñanza formal en este nivel educativo casi al mismo tiempo.

Sea “ x ” un número natural cualquiera, se cumple siempre que: $x + 0 = x$

La Importancia del número natural en la vida cotidiana: usos y utilidades.

Los números naturales son importantes en la vida cotidiana porque nos permiten contar, ordenar y medir características específicas de objetos y eventos, facilitando la organización de nuestro mundo. Se usan para actividades como hacer compras (contar productos, calcular el cambio), programar eventos (saber cuántos días faltan) y realizar operaciones básicas que son esenciales para el funcionamiento de la sociedad.

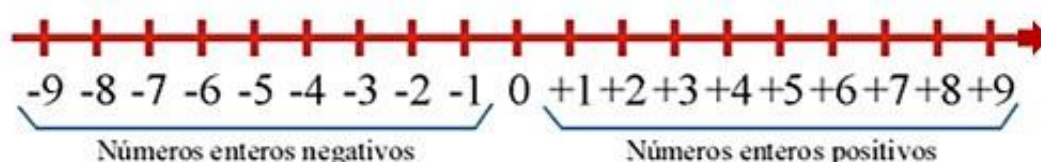
Los números naturales se usan en la vida cotidiana como:

- **Número cardinal (para contar):** es un número que indica la cantidad de elementos de un conjunto determinado. Por ejemplo, en el conjunto de letras: $\{a; b; c; d\}$ el cardinal es: 4.
- **Número ordinal (para ordenar):** es un número que denota la posición de un elemento perteneciente a una sucesión ordenada o de un conjunto. Por ejemplo: en la sucesión **a, b, c, d**, el elemento “**a**” es el primero, el elemento “**b**” es el segundo, el “**c**” es el tercero, etc.
- **Número nominal (para identificar):** un número nominal es un número que funciona como una etiqueta o un nombre para identificar algo, no para contar cantidades ni indicar un orden específico. Se utiliza para categorizar o clasificar elementos en grupos, sin que exista una relación matemática o de orden entre los números. Por ejemplo, un

número de teléfono, un código postal o el dorsal de un jugador de algún deporte, son ejemplos de números nominales.

✓ El conjunto de los Números Enteros.

El Conjunto de los Números Enteros se lo representa con la letra **Z** y surge de la necesidad de dar solución general a la sustracción, pues cuando el sustraendo es mayor que el minuendo, la sustracción no tiene solución en el conjunto de los Naturales. Por ejemplo: $5 - 7 = -2$, el número -2 no pertenece al conjunto de los números naturales. Debido a esto, la recta numérica se extiende hacia la izquierda, de modo que a cada punto que representa un número natural le corresponda un punto simétrico, situado a la izquierda del cero. Dos puntos simétricos (inversos aditivos u opuestos) son aquellos que están ubicados a igual distancia del cero (uno a la derecha y el otro a la izquierda de él



El conjunto Z incluye tres subconjuntos:

- Enteros Negativos: $Z^- = \{\dots, -5; -4; -3; -2; -1\}$
- Enteros Positivos: $Z^+ = \{+1; +2; +3; +4; +5; \dots\}$ $Z^+ = N$
- Y el cero: $\{0\}$

Por lo tanto, el Conjunto de los Números Enteros es la unión de los tres subconjuntos mencionados.

$$Z = \{\dots, -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; +1; +2; +3; +4; +5; +6; +7; +8; +9 \dots\}$$

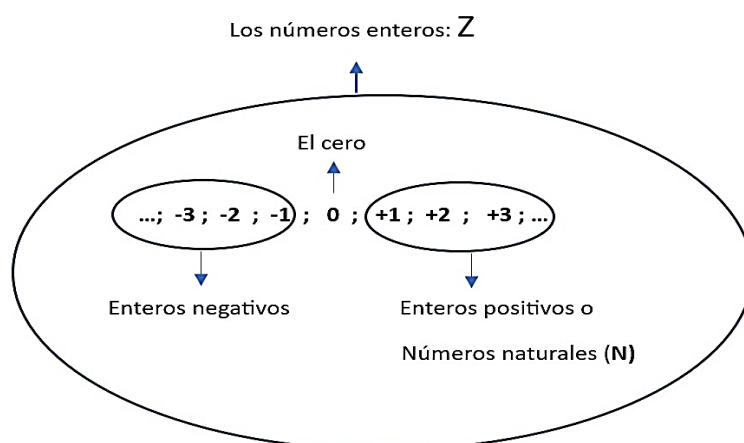
Una curiosidad interesante es que la letra Z se utiliza para indicar el conjunto de números Enteros, debido a que es la primera letra de la palabra alemana “*Zahlen*”, que significa número. Esto refleja la influencia significativa que las matemáticas alemanas de los siglos XVIII y XIX tuvieron en la notación matemática global, lo que les permitió imponer su propia convención en todo el mundo.

Los números enteros se usan en la vida cotidiana para describir características

cuantificables de situaciones como el aumento o disminución de temperaturas, ganancias o pérdidas de dinero, y altitudes sobre el nivel del Mar o profundidad bajo el nivel del Mar, entre muchas más situaciones.

Hasta el momento hemos analizado el conjunto de los números Naturales y el conjunto de los números Enteros. Una relación importante que los asocia es la de inclusión: $N \subset Z$.

El símbolo $\subset$ indica la relación de inclusión y desde una representación gráfica podemos analizar la siguiente ilustración.



El número cero no está asociado a ningún signo; no es positivo (+), no es negativo (-) y tiene carácter de neutralidad para la adición y sustracción.

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES

La adición, la sustracción y la multiplicación de dos números enteros siempre resultan en otro número entero. Sin embargo, la división de dos enteros no siempre da como resultado un número entero; por ejemplo, la ecuación $3 \cdot x = 5$ no tiene solución en el conjunto de los números enteros ($x = 1,666\dots$). Esta limitación genera la necesidad de crear un nuevo sistema numérico, una extensión de Z , que contenga a los enteros y a los naturales. Este nuevo conjunto debe asegurar que la adición, la sustracción, la multiplicación y la división de sus elementos siempre produzcan un elemento del mismo conjunto.

Este nuevo sistema es el de los números racionales, simbolizado por la letra Q . Se considera racional a cualquier número que pueda expresarse como una fracción $\frac{a}{b}$, donde "a" y "b" son

números enteros, pero "b" nunca puede ser cero, ya que la división por cero no está definida

en Matemática.

Los números racionales se construyen a partir de fracciones formadas con números enteros. Su nombre, "racionales", es una traducción del inglés "*rational*", que deriva de la palabra "*ratio*" (razón), y en el contexto matemático, representa la relación entre cantidades enteras, es decir, una parte o proporción de un todo.

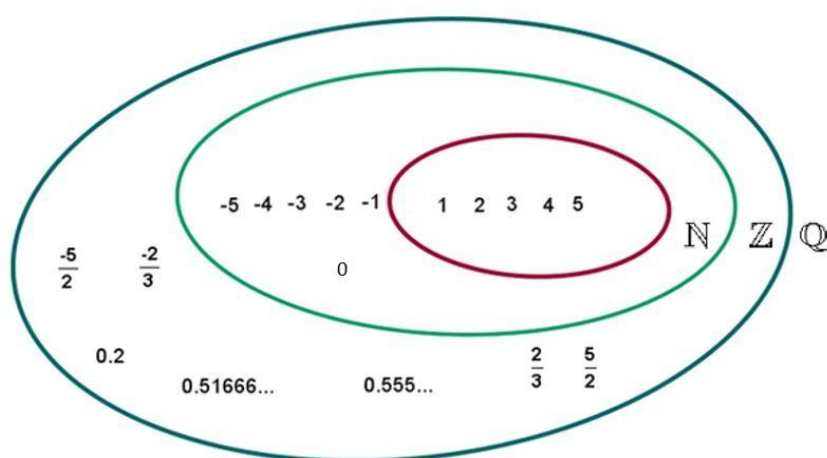
Formalmente, el conjunto de los números racionales se define como:

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in Z \wedge b \neq 0 \right\}$$

números racionales se identifican con la letra Q, que deriva de palabra «cociente» (Quotient en varios idiomas europeos) y es porque una fracción, además, representa el resultado de una división: un cociente.

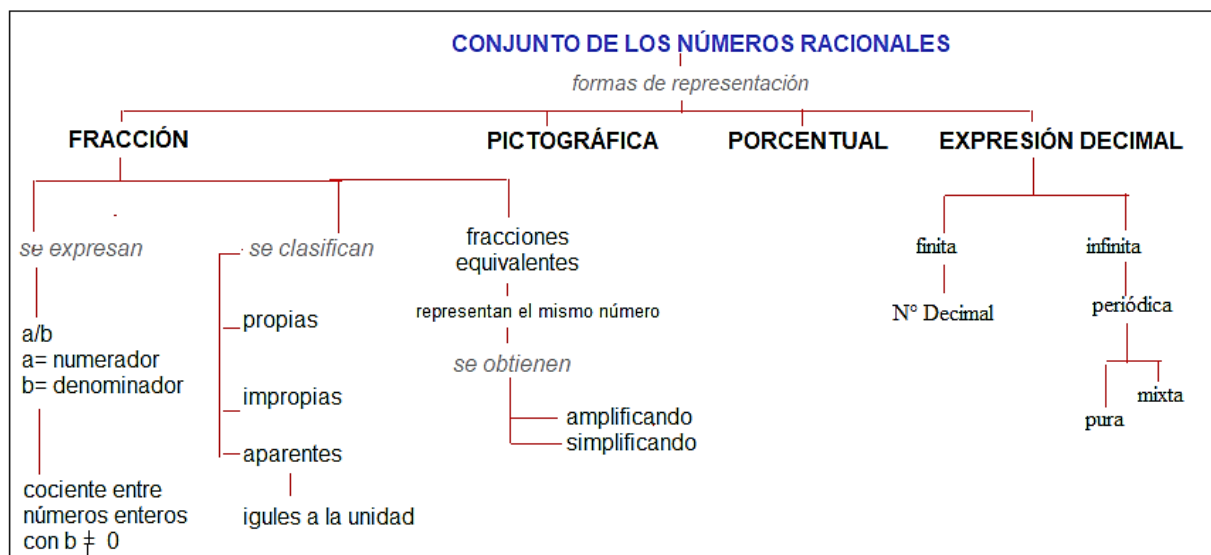
En conclusión, Q es un conjunto de números cuya forma es $\frac{a}{b}$, donde "a" y "b" pertenecen Al conjunto de los enteros, con la condición de que "b" nunca puede ser cero.

$$N \subset Z \subset Q$$



Entre los conjuntos N, Z y Q existe una relación de inclusión.

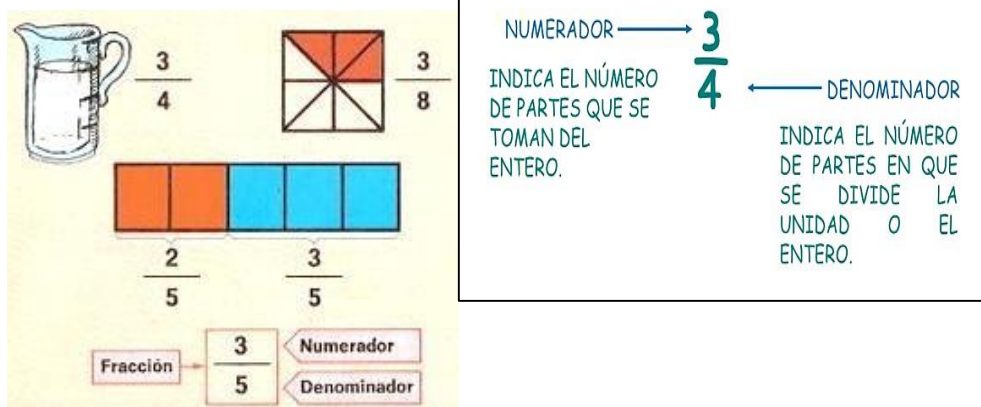
A continuación, te presentamos un esquema completo con las representaciones de un número racional



FRACCIONES

Podemos asociar una fracción a una parte de un “todo” o un “entero”, es decir; un *entero* que se divide en partes iguales y cada parte es una fracción de ese “entero”.

Ejemplos explicativos:



✓ Fracciones Equivalentes

Estas fracciones representan la misma cantidad:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$



¿CÓMO OBTENEMOS FRACCIONES EQUIVALENTES?

OBTENCIÓN DE FRACCIONES EQUIVALENTES A UNA FRACCIÓN DADA

- Si se multiplican o dividen el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número, obtenemos una fracción equivalente.

$$\frac{2}{5} \longrightarrow \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$$

$$\frac{6}{15} \longrightarrow \frac{6 : 3}{15 : 3} \longrightarrow \frac{2}{5}$$

- Si multiplicamos, se utiliza el término **amplificar**.
- Si dividimos, se utiliza el término **simplificar**.

• **fracción equivalente por amplificación** si multiplicamos el numerador y el denominador de esa fracción por el mismo número. Se pueden obtener infinitas fracciones equivalentes utilizando este método.

• **fracción equivalente por simplificación** si dividimos el numerador y el denominador de esa fracción por el mismo número. Solo se pueden obtener fracciones a partir de los divisores comunes de ambos números, por lo cual su número no es infinito.

Cuando no podemos simplificar más una fracción decimos que es **irreducible**. En general, una fracción no se puede reducir más cuando sus términos no tienen ningún divisor común excepto el 1

$$\frac{60}{108} \xrightarrow[:2]{:2} \frac{30}{54} \xrightarrow[:2]{:2} \frac{15}{27} \xrightarrow[:3]{:3} \frac{5}{9} = 0,555...$$

Otro ejemplo...

$$\frac{24}{108} \xrightarrow[\div 2]{\div 2} \frac{12}{54} \xrightarrow[\div 2]{\div 2} \frac{6}{27} \xrightarrow[\div 3]{\div 3} \frac{2}{9}$$

✓ Clasificación de fracciones

PROPIAS

FRACCIONES CUYO VALOR ES MENOR QUE LA UNIDAD: $\frac{a}{b} < 1$

- Se llaman fracciones **propias**.
- El numerador es **menor** que el denominador: $a < b$.
- El cociente entre a y b es menor que la unidad.

En el anterior ejemplo, Juan se comió los $\frac{3}{8}$ de la caja de quesitos.

- 3 es menor que 8 $\longrightarrow 3 < 8$
- $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375 \longrightarrow 0,375 < 1$

Juan se comió 3 de las 8 porciones de la caja, es decir, menos de una caja.

Son fracciones propias: $\frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{10}{15}, \frac{9}{12}$

SE LEE:
Menor que

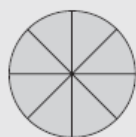
IMPROPIAS

FRACCIONES CUYO VALOR ES MAYOR QUE LA UNIDAD: $\frac{a}{b} > 1$

- Se llaman fracciones **impropias**.
- El numerador es **mayor** que el denominador: $a > b$.
- El cociente entre a y b es mayor que la unidad.

Juan se come un día los $\frac{8}{8}$ de la caja de quesitos y otro día los $\frac{3}{8}$ de otra caja.

1 caja entera



+ $\frac{3}{8}$ de otra



- Juan se ha comido 11 porciones cuya unidad contiene 8: $\frac{11}{8}$, siendo $11 > 8$.

- $\frac{8}{8} = 8 : 8 = 1$ más $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$ es igual a $1,375 > 1$

$$\frac{11}{8} = \frac{8}{8} \quad \text{más} \quad \frac{3}{8} = 1 + \frac{3}{8} = 1 \frac{3}{8}$$

Esta expresión se conoce **número mixto**, y se compone de una fracción y un número natural.

Son fracciones impropias: $\frac{9}{5}, \frac{15}{10}, \frac{7}{2}, \frac{25}{18}$.

SE LEE:
Mayor que

APARENTES

FRACCIONES CUYO VALOR ES UN NÚMERO ENTERO

- Se llaman fracciones **aparentes**
- El numerador es múltiplo del denominador
- El cociente entre a y b es un número entero

Ejemplo: Juan se comió los $\frac{10}{5}$ partes de los chocolates que le regalaron

- 10 es múltiplo de 5
- $10 : 5$ es 2 y 2 es un número entero

Juan se comió **exactamente 2 cajas de chocolates**

Son fracciones aparentes : $\frac{20}{5}, \frac{14}{7}, \frac{45}{15}, \frac{60}{12}$

FRACCIONES CUYO VALOR ES IGUAL A UNO

FRACCIONES CUYO VALOR ES IGUAL A LA UNIDAD: $\frac{a}{b} = 1$

- El numerador es **igual** que el denominador: $a = b$.
- El cociente entre a y b es igual a la unidad.

En el ejemplo anterior, Juan se comió los $\frac{8}{8}$ de la caja de quesitos.

- 8 es igual que 8 $\longrightarrow 8 = 8$
- $\frac{8}{8} = 8 : 8 = 1$

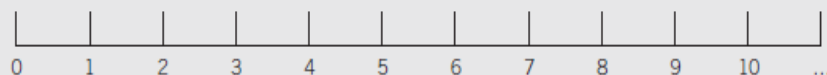
Juan se comió las 8 porciones de la caja, es decir, la caja entera (la unidad).

Son fracciones iguales a la unidad: $\frac{4}{4}, \frac{7}{7}, \frac{15}{15}, \frac{9}{9}$.

✓ Fracciones en la recta numérica.

REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA REAL

- Las fracciones se representan mediante dibujos, y al tener un valor numérico, aunque sea decimal, se pueden representar en la **recta real**.
- En la recta real, los **números** están **ordenados**, empezando por el cero: 0, 1, 2, 3, 4, 5...
- Al escribir estos números en nuestro cuaderno, por ejemplo, siempre hay que mantener la misma distancia entre ellos, porque les separa exactamente **una unidad**.



Para **representar fracciones en la recta** seguimos estos pasos.

- 1.º Dibujamos una recta en nuestro cuaderno.
- 2.º Fijamos las unidades. Al estar el cuaderno cuadriculado podemos extender las unidades con amplitud, para que nos resulte más sencillo representar los puntos numéricos.
- 3.º Dividimos la unidad en partes como nos indique el denominador y tomamos (señalamos) las que nos indique el numerador (la fracción como parte de la unidad).

Recuerda que si la fracción es:

- 1.º Propia: su valor estará entre 0 y 1.
- 2.º Igual a la unidad: su valor será 1.
- 3.º Impropia: su valor será mayor que 1.

EJEMPLO:

a) $-\frac{1}{4}$

Se trata de una fracción propia (porque el numerador es menor que el denominador) por lo que su valor es menor que uno. Si efectivamente buscamos su valor realizando $-1:4 = -0,25$ (es un valor menor que uno)

Observen que como se trata de una fracción negativa, se ubica a la izquierda del cero.

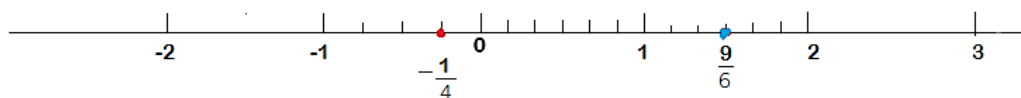
Se divide el primer segmento de la recta en 4 (denominador) partes iguales u se cuenta 1 (numerador) desde el cero, quedando la fracción ubicada.

b) $\frac{9}{6}$

Se trata de una fracción impropia (porque el numerador es mayor que el denominador) por lo que su valor es mayor que uno. si efectivamente buscamos su valor realizando $9:6 = 1,5$ (es un valor mayor que uno)

Observen que como se trata de una fracción positiva, se ubica a la derecha del cero.

Se divide el primer segmento en 6 (denominador) partes iguales y se cuenta 9 (numerador) desde el cero y sucede que no nos alcanza, por lo que necesitamos dividir en 6 partes iguales el segmento que sigue para seguir contando hasta 9. de esta manera queda la fracción ubicada.



EXPRESIONES DECIMALES

Las expresiones decimales están formadas por una parte entera y una parte decimal. Estos números los podemos encontrar en todas partes, como en los precios de los productos del supermercado.

Ejemplo:



Clasificación de expresiones decimales

- Decimales: Son los que tienen una "cantidad fija" de decimales después de la coma.

Ejemplos:

0,489

2,53

50,4587912

0,0000912

- PERIÓDICOS: Son todos aquellos que poseen una parte decimal que se repite infinitamente

Periódicos Puros:

Toda la parte decimal se repite indefinidamente

Ejemplos:

1,32 = 1,3232323232

Periódicos Mixtos:

Hay una parte decimal que no se repite periódicamente

0,4216 = 0,4216666666

Como decíamos antes, tenemos que usar una nueva simbología para expresar una cantidad infinita de decimales. Esta nueva simbología es por medio de "un arquito" que dibujamos "arriba" de los decimales que se repiten infinitamente.

Decimal	3,1	3,16	3,164	3,1649	3,16491	3,164915
fracción	$\frac{31}{10}$	$\frac{316}{100}$	$\frac{3164}{1.000}$	$\frac{31649}{10.000}$	$\frac{316491}{100.000}$	$\frac{3164915}{1.000.000}$
Observen los denominadores	10 = 10^1	100 = 10^2	1.000 = 10^3	10.000 = 10^4	100.000 = 10^5	1.000.000 = 10^6
Verán como los denominadores son potencias de 10, por ello se llaman números decimales, porque pueden expresarse como fracciones cuyo denominador son potencias de 10						

✓ Operaciones. Propiedades

ADICIÓN * ¿Cómo sumamos fracciones que tienen el mismo denominador?

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} + \frac{16}{6} + \frac{7}{6}$$

La fracción resultante tendrá el mismo denominador $\rightarrow \frac{?}{6}$ ¿y el numerador? 

Se opera con los numeradores, en este caso como son positivos, sumamos: $\rightarrow \frac{1+5+16+7}{6}$ Obteniendo $\rightarrow \frac{29}{6}$

Entonces $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} + \frac{16}{6} + \frac{7}{6} = \frac{29}{6}$

OTRO EJEMPLO

$$-\frac{1}{6} - \frac{5}{6} - \frac{16}{6} - \frac{7}{6} = -\frac{29}{6}$$

Todos los numeradores son negativos, entonces sumamos

UN EJEMPLO MÁS

$$-\frac{1}{6} + \frac{5}{6} - \frac{16}{6} + \frac{7}{6} = -\frac{5}{6}$$

PORQUE $-1+5-6+7=-5$
Si te resulta más fácil
agrupa positivos y negativos
 $(5+7) - (1+16)$
 $12 - 17$
 -5

¿Cómo sumamos fracciones que tienen distinto denominador?

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{2} + \frac{16}{3}$$

Debemos obtener fracciones con el mismo denominador, para ello busquemos fracciones equivalentes.

1^{er}: buscamos un mínimo común múltiplo entre 6, 2 y 3. En este caso es 6

2^{do}: buscamos fracciones equivalentes de manera que todas queden con denominador 6.

3^{er}: amplificamos

4^{to}: operamos con los numerados

5^{to}: obtenemos resultado

¿LOS HACEMOS?

$$\frac{1}{6} + \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{16 \cdot 2}{3 \cdot 2} =$$

$$\frac{1}{6} + \frac{15}{6} + \frac{32}{6} =$$

$$\frac{48}{6}$$

¿recuerdas que
amplificar es
multiplicar al
numerador y al
denominador por
un mismo
número?

MULTIPLICACIÓN ¿Cómo multiplicamos fracciones?

Recordemos que se llama producto al resultado de una multiplicación, entonces al multiplicar fracciones se obtiene otra fracción que tiene por numerador el resultado de multiplicar los numeradores que me presentan

y tendrá como denominador al resultado de multiplicar los denominadores que me dan.

Ejemplo 1:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{36} \quad (\text{porque } 2 \cdot 4 \cdot 1 = 8 \text{ y } 3 \cdot 6 \cdot 2 = 36)$$

Ejemplo 2:

$$\frac{10}{3} \cdot \left(-\frac{5}{8}\right) = -\frac{50}{24} \quad (\text{porque } 10 \cdot 5 = 50 ; 3 \cdot 8 = 24 \text{ y } + \cdot - = -)$$

Cuando hay fracciones negativas, realizo regla de los signos como aprendimos en la multiplicación de los números enteros

Ejemplo 3:

$$\frac{6}{15} \cdot 7 = \frac{42}{15} \quad (\text{porque } 6 \cdot 7 = 42 \text{ y } 15 \cdot 1 = 15)$$

Cuando tenemos números enteros, recordemos que debajo de éstos siempre hay un número 1 que no es necesario colocar



ATENCIÓN



ATENCIÓN

DIVISIÓN ¿Cómo dividimos fracciones?

Para dividir una fracción por otra, distinta de cero, se multiplica la primera por la inversa de la segunda. La fracción inversa se obtiene al intercambiar el numerador por el denominador. Es decir que dividir dos fracciones, una fracción dividendo y otra divisor, se multiplica la primera (dividendo) por el inverso multiplicativo de la segunda, que es divisor.

Observación: Cuando multiplicamos una fracción por su inverso multiplicativo, el resultado siempre es 1 (uno)

Ejemplo 1:

$$\frac{1}{3} : \frac{4}{6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{4} = \frac{6}{12} \quad (\text{porque } 1 \cdot 6 = 6 \text{ y } 3 \cdot 4 = 12)$$

Observa como la segunda fracción se INVIERTE y luego se MULTIPLICA como aprendiste anteriormente



ATENCIÓN

Ejemplo 2:

$$\frac{7}{8} : \left(-\frac{6}{10}\right) = \frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{10}{6}\right) = -\frac{70}{48} \quad (\text{porque } 7 \cdot 10 = 70 ; 8 \cdot 6 = 48 \text{ y } + \cdot - = -)$$

Cuando hay fracciones negativas, realizo regla de los signos como aprendimos en la multiplicación de

los números enteros



ATENCIÓN

Ejemplo 3:

$$\frac{9}{13} : 5 = \frac{9}{13} \cdot \frac{1}{5} = \frac{9}{65} \text{ (porque } 9 \cdot 1 = 9 \text{ y } 13 \cdot 5 = 65)$$

Cuando tenemos números enteros, recordemos que debajo de éstos siempre hay un número 1 que no es



ATENCIÓN

necesario colocar

A continuación, te presentamos dos tablas con las propiedades de la adición y la multiplicación

en el conjunto de los números Racionales

Ley de clausura	$\frac{4}{3} + \frac{2}{5} = \frac{26}{15}$	La adición de números racionales tiene como suma un número racional
Conmutativa	$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{2}{3}$	En la adición de números racionales, el orden de los sumandos no altera la suma
Asociativa	$\left(-\frac{6}{5} + \frac{1}{3}\right) + \frac{2}{5} = -\frac{6}{5} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)$	La adición de tres o más números racionales puede efectuarse realizando distintas agrupaciones y la suma no se altera.
Elemento Neutro	$-\frac{3}{5} + 0 = -\frac{3}{5}$	La suma obtenida al adicionar un número racional con cero es siempre el mismo número racional.
Elemento simétrico (el opuesto)	$-\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = 0$	Todo número racional adicionado con su opuesto da como suma 0.

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE LOS NÚMEROS RACIONALES		
Ley de clausura	$\left(\frac{4}{3} \times \frac{6}{5}\right) = \frac{24}{15} = \frac{8}{5}$	El producto de números racionales es racional.
Conmutativa	$\left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{3}{5} \times \frac{2}{3}\right)$	En la multiplicación de números racionales el orden de los factores no alteran el producto.
Asociativa	$\left(\frac{4}{3} \times \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{7} = \frac{4}{3} \times \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}\right)$	Al efectuar el producto de tres o más factores es posible asociarlos de diferentes maneras y el producto no se altera.
Elemento Neutro (1)	$\left(\frac{9}{7} \times 1\right) = \frac{9}{7}$	El producto que se obtiene al multiplicar cualquier número racional por 1 es ese mismo número racional

Inverso multiplicativo	$\left(\frac{7}{3} \times \frac{3}{7}\right) = \frac{21}{21} = 1$	El producto que se obtiene al multiplicar un número por su recíproco es 1.
------------------------	---	--

PORCENTAJE

- **Fracciones y Porcentajes:** Como ya dijimos tanto una fracción como un porcentaje, son maneras de expresar "una parte del entero". Por lo tanto, cuando veamos un porcentaje, podemos escribirlo como fracción y cuando veamos una fracción, podemos escribirla como porcentaje. A continuación vamos a ver como se pasa una fracción a porcentaje y viceversa:

- **Pasaje de Fracción a Porcentaje:** Si queremos pasar una fracción a un valor porcentual, tenemos que hacer la división (Numerador dividido denominador) y luego multiplicar por 100.

Veamos un ejemplo:

Si observamos la siguiente figura, vemos que la región sombreada representa $\frac{3}{8}$ partes del entero. Pasemos entonces a porcentaje $\frac{3}{8}$ para expresar que porcentaje de la región es la que está sombreada, en lugar de decirlo como una fracción.



Recuerden que si multiplicamos por 100, se le corre dos lugares la coma

Hacemos la cuenta 3 dividido 8

Recuerden que esto aería encontrar la expresión decimal de $\frac{3}{8}$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 8} \\ 30 \\ 60 \\ 40 \\ 0 \end{array}$$

Y ahora multiplicamos al resultado por 100

$$0,375$$

$$\times 100$$

$$37,5$$

Y listo!! Podemos decir que $\frac{3}{8}$ es lo mismo que 37,5%

¿Cómo se calculan los Porcentajes?

Vamos a usar este ejemplo: Calcular cuanto es el 25% de 120

- Remplazando el "%" por una fracción de 100 y el "de" por un "por"

Calcular cuánto es el 25% de 120

El 25% se transforma en la fracción "25 sobre 100"

$$\frac{25}{100} \cdot 120 =$$

La palabra "de" se transforma en un signo de multiplicación.

haciendo las cuentas....

SIMPLIFICAMOS...

$$\frac{\cancel{5}}{\cancel{100}} \cdot \frac{\cancel{6}}{\cancel{120}} = 30$$

Y decimos como respuesta que el 25% de 120 nos dio como resultado 30.

- Ahora lo que vamos a ver es cómo se calculan los valores porcentuales, como que porcentaje es tal número de tal otro.

Por ejemplo: Calcular que Porcentaje de 160 es 40.

Que dicho de otra forma puede ser: "en tal escuela hay 160 alumnos en el turno tarde, de esos 160 alumnos, 40 son de RIVER. Calcular qué Porcentaje es de RIVER"

Lo que queremos saber es:

¿qué porcentaje de 160 es 40?

Vamos traduciendo a símbolos este lenguaje coloquial que indica lo que queremos

¿qué % de 160 es 40?

x% de 160 es 40

$$x\% \cdot 160 = 40$$

$$\frac{x}{100} \cdot 160 = 40$$

$$x = \frac{40 \cdot 100}{160}$$

$$x = 25 \text{ entonces } 25\%$$

Para calcular cantidades de acuerdo a un porcentaje específico, es posible utilizar como procedimiento matemático a la multiplicación entre una fracción y una cantidad determinada. Ejemplo práctico:

En una finca de Malargüe el 30 % de 1(una) hectárea de tierra fértil, se ha utilizado para la producción de papas y un 25% para la producción de ajos. Determinaremos la cantidad de superficie en metros cuadrados que se ha destinado para la producción de papas y ajos.

Para tener idea clara, podemos considerar a la hectárea como la medida de área de una superficie de forma cuadrada, cuyos lados iguales miden 100 metros cada uno.

El cálculo del área de una superficie con forma de cuadrado es: "base por altura" o "lado por lado". $100 \text{ m} \cdot 100 \text{ m} = 10.000 \text{ m}^2$

1 hectárea equivale a 10.000 m^2

Plantación de papas:

$$\frac{30}{100} 10000 \text{ m}^2 = \frac{30 \cdot 10000 \text{ m}^2}{100} = \frac{300000 \text{ m}^2}{100} = 3000 \text{ m}^2$$

Plantación de ajos

$$\frac{25}{100} 10000 \text{ m}^2 = \frac{25 \cdot 10000 \text{ m}^2}{100} = \frac{250000 \text{ m}^2}{100} = 2500 \text{ m}^2$$

Se destinaron 3000 m^2 para la producción de papas y 2500 m^2 para la producción de ajos

✓ **Relación entre porcentajes, fracciones decimales y números decimales.**

Fracción decimal	Porcentajes	Notación decimal	Fracción decimal irreducible	Interpretación
$\frac{10}{100}$	10 %	0,10 = 0,1	$\frac{1}{10}$	El 10% representa 10 de cada 100, es decir, un décimo
$\frac{25}{100}$	25%	0,25	$\frac{1}{4}$	El 25% representa 25 de cada 100, es decir, la cuarta parte.
$\frac{40}{100}$	40%	0,40 = 0,4	$\frac{2}{5}$	El 40% representa 40 de cada 100, es decir, dos quintas partes.
$\frac{50}{100}$	50%	0,50 = 0,5	$\frac{1}{2}$	El 50% representa 50 de cada 100, es decir, la mitad.
$\frac{75}{100}$	75%	0,75	$\frac{3}{4}$	El 75% representa 75 de cada 100, es decir, tres cuartas partes.
$\frac{100}{100}$	100%	1	$\frac{1}{1} = 1$	El 100% representa 100 de cada 100, es decir, el “todo”

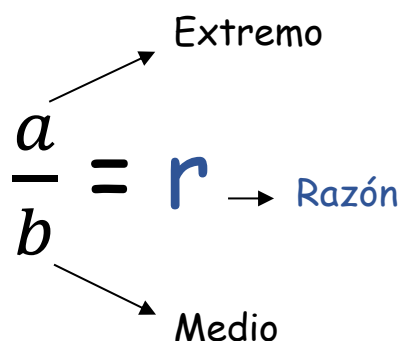
RAZÓN Y PROPORCIÓN

El razonamiento proporcional se considera como uno de los componentes importante del pensamiento formal adquirido en la adolescencia. Las nociones de comparación y covariación están en la base subyacente al razonamiento proporcional, siendo a su vez los soportes conceptuales de la razón y la proporción. El desarrollo deficiente de estas estructuras conceptuales en los primeros niveles de la adolescencia obstaculiza la comprensión y el pensamiento cuantitativo en una variedad de disciplina que van desde el álgebra, la geometría y algunos aspectos de la biología, la física y la química.

Diversas investigaciones han mostrado, sin embargo, que la adquisición de las destrezas de razonamiento proporcional es insatisfactoria en la población en general.

EL NÚMERO RACIONAL COMO UNA “RAZÓN”.

Una razón es la comparación entre de dos magnitudes.



¿Cómo calculamos una razón?

Calcular una razón significa realizar la división entre el antecedente (numerador) y el consecuente (denominador). Es decir, el numerador es el dividendo, el denominador el divisor y el resultado es el cociente, que también es el resultado de la razón.

Ejemplos explicativos:

El valor de la razón entre 1 y 2 es:

$$\frac{1}{2} = 1:2 = 0,5$$

El valor de la razón entre 100 y 50 es:

$$\frac{100}{50} = 100:50 = 2$$

En un acto de fin de año hay 35 alumnas y 45 alumnos, ¿Cuál es la razón entre alumnas y alumnos?

$$\frac{35}{45} = 35:45 = 0,7$$

PROPORCIÓN

● **¿Qué es una proporción numérica?** Es una relación entre números,

Veamos un caso real de proporcionalidad numérica: **"Una máquina que fabrica caramelos, los hace a una razón de 6 caramelos cada 11 segundos"**

Si en 11 segundos hizo 6 caramelos, en 22 segundos (el doble de tiempo) habrá hecho el doble, o sea 12 caramelos. Si escribimos estos valores en forma de fracciones o razones nos quedaría así:

$$\frac{6 \text{ Caramelos}}{11 \text{ Segundos}} ; \frac{12 \text{ Caramelos}}{22 \text{ Segundos}}$$

Ahora bien, como ambas razones, se refieren a la misma "causa" de proporcionalidad (en este caso a la máquina que fabrica caramelos) podemos entonces escribir ambas razones igualadas (y ahora obviamos las unidades)

$$\frac{6}{11} = \frac{12}{22}$$

Cada una de las razones igualadas (6/11 y 12/22) son las razones de esta proporción.

Y aquí tenemos lo que se denomina una proporcionalidad numérica

Otro ejemplo: Entre 3 y 6 hay una razón, en este caso la razón es 1/2. Y es 1/2 porque el primero es la mitad del otro. Si igualamos esta razón a otra razón equivalente (por ejemplo 2 y 4, cuya razón también es 1/2), obtenemos una proporcionalidad entre ambas razones.

Ejemplos de proporciones

$$\frac{10}{5} = \frac{8}{4} \Rightarrow 10 \cdot 4 = 5 \cdot 8$$
$$40 = 40$$

$$\frac{-25}{5} = \frac{-35}{7} \Rightarrow -25 \cdot 7 = 5 \cdot (-35)$$
$$-175 = -175$$

$$\frac{24}{6} = \frac{16}{4} \Rightarrow 24 \cdot 4 = 6 \cdot 16$$
$$96 = 96$$

PROPORCIÓN: Cuatro números racionales a, b, c y d (con b y d $\neq$ 0), forman una proporción si la razón entre los dos primeros es igual a la razón entre los dos segundos.

$$\frac{a}{b} = r \quad \text{y} \quad \frac{c}{d} = r, \text{ sus razones son iguales, entonces}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ y son proporcionales y se lee: "a es a b como c es a d"}$$

Ejemplo

$$\frac{10}{5} = 2 \quad \text{y} \quad \frac{8}{4} = 2 \quad \text{entonces} \quad \frac{10}{5} = \frac{8}{4} \quad \text{y son proporcionales}$$

● Proporciones numéricas y constante de proporcionalidad

Cuando igualamos dos razones, aparece la denominada **constante de proporcionalidad**.

Veamos un ejemplo:

Acá tenemos dos razones igualadas: $\frac{8}{2} = \frac{20}{5}$

Estudiemos un poco esta igualdad:

¿Cuál es la razón entre 8 y 2? La respuesta es 4, porque 8 es cuatro veces 2

¿Cuál es la razón entre 20 y 5? La respuesta es 4, porque 20 es cuatro veces 5

En este caso la constante de proporcionalidad es 4

Veamos otro ejemplo:

Tenemos estas tres razones igualadas: $\frac{8}{6} = \frac{12}{9} = \frac{20}{15}$

Ahora la pregunta es: **¿Cuál es la constante de proporcionalidad en este caso?**

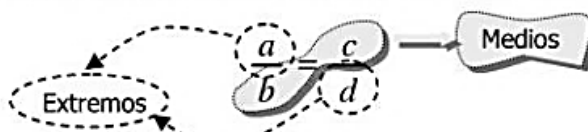
Para calcular la constante de proporcionalidad, lo único que tenemos que hacer es calcular la razón de cualquiera de las partes de la igualdad, por ejemplo, calculemos en este caso la razón entre 8 y 6:

- Para calcular la razón entre dos números tenemos que dividir uno por el otro, en este caso no son divisibles, lo que no significa que no haya proporción, el hecho de que no sean divisibles significa que la razón va a ser una fracción, en este caso $4/3$ (que es la cuenta que resulta de dividir a 8 por 6)

$$\Rightarrow \frac{8}{6} = \frac{12}{9} = \frac{20}{15} = \text{Constante de Proporcionalidad} = \frac{4}{3} \Rightarrow \text{La constante de proporcionalidad es } 4/3$$

● Medios y Extremos de las proporciones

Dada una proporcionalidad, se **llaman medios al denominador de la primera razón y al numerador de la segunda** y **extremos al numerador de la primera razón y al denominador de la segunda**



Ejemplo:

Dada la siguiente proporción: $\frac{3}{5} = \frac{24}{40} \Rightarrow$

- Los medios son: 5 y 24
- Los extremos son: 3 y 40

ES MOMENTO DE REALIZAR UNA VÁLIDA ACLARACIÓN PARA DISTINGUIR DOS CONCEPTOS MUY IMPORTANTES QUE, A ESTA ALTURA, SE CONFUNDEN...

ATENCIÓN



En el tema “*Fracciones y números racionales*” hemos visto que entre los usos de las fracciones figura el de razón, entendida, de manera genérica, como la comparación entre una parte y otra parte. Es importante, sin embargo, estudiar con más detalle el uso que se hace del término “razón”, ya que no siempre es sinónimo de “fracción”, lo cual puede acarrear dificultades de comprensión para los estudiantes. Hoffer² La idea clave es que las fracciones son “cualquier par ordenado de números enteros cuya segunda componente es distinta de cero”; mientras que una razón es “un par ordenado de cantidades de magnitudes”.

El hecho de que en las razones se refieran a cantidades de magnitudes, medibles cada una con sus respectivas unidades, implica las siguientes diferencias con las fracciones:

Las razones comparan entre sí objetos heterogéneos, o sea, objetos que se miden con unidades diferentes. Por ejemplo, 3 jamones por 145 euros. Las fracciones, por el contrario, se usan para comparar el mismo tipo de objetos como “las dos tercias partes de una pizza” ($2/3$). Según esto la razón 3 jamones/145 euros no es una fracción.

- Las razones comparan entre sí objetos heterogéneos, o sea, objetos que se miden con unidades diferentes. Por ejemplo, 3 jamones por 145 euros. Las fracciones, por el contrario, se usan para comparar el mismo tipo de objetos como “dos de tres partes”, lo que se indica con $\frac{2}{3}$. Según esto la razón 3 jamones/145 euros no es una fracción.
- Algunas razones no se representan con la notación fraccional. Por ejemplo, 10 litros por metro cuadrado. En este caso no se necesita, ni se usa, la notación de fracción para informar de la relación entre dichas cantidades.
- Las razones se pueden designar mediante símbolos distintos de las fracciones. La razón 4 a 7 se puede poner como 4:7, o $4 \rightarrow 7$.
- En las razones, el segundo componente puede ser cero. En una bolsa de caramelos la razón de caramelos verdes a rojos puede ser 10:5, pero también se puede decir que puede ser 10:0, si es que todos son verdes (no se trata de hacer ninguna división por 0).

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES

En toda proporción se cumple que el producto de los extremos es igual al producto de los medios. Es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot d = b \cdot c$$

Capacidad: Interpretar y producir representaciones algebraicas, gráficas y tabulares de funciones lineales y cuadráticas, reconociendo sus propiedades y comportamientos.

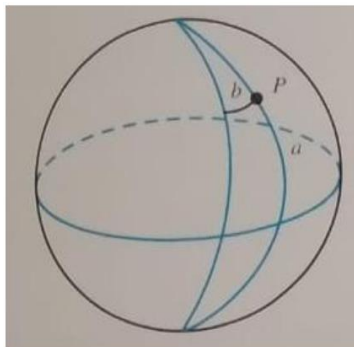
Saberes:

- Concepto de función afín y de proporcionalidad directa e inversa.
- Propiedades y comportamiento gráfico y algebraico.
- Representación tabular de datos.
- Uso de herramientas tecnológicas para graficar funciones

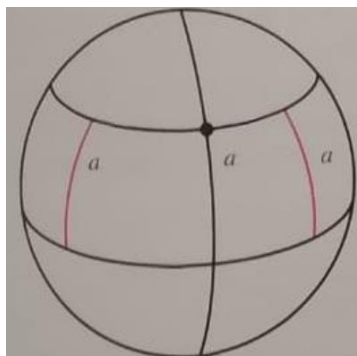
SISTEMA DE REFERENCIA. EL PLANO CARTESIANO

La necesidad de orientarse condujo a los seres humanos, desde la antigüedad más lejana, a confeccionar mapas o cartas geográficas y a relacionar los puntos, de una superficie mediante números.

Para fijar una figura en el espacio o un plano hace falta relacionarla con sistema de referencia. En el actual sistema geográfico, cualquier lugar del mundo queda determinado con precisión si se conocen su latitud (**a**) y su longitud (**b**), es decir, si se tiene su distancia **a** norte o sur del ecuador, y su distancia **b** al este o al oeste del meridiano de Greenwich.



No basta con tener solo esos datos, ya que hay lugares que tienen la misma longitud **a**. Obsérvese la siguiente figura:



Todos los puntos del globo terrestre que están situados en el mismo paralelo, a una distancia **a** del Ecuador tienen la misma latitud. Lo mismo sucede con la longitud.

En matemáticas, el sistema de referencia se forma sobre un plano con dos rectas perpendiculares que se intersecan en un punto, que se denota con número **0**. Este recibe el nombre de **origen de coordenadas**.

PLANO:

Un gráfico cartesiano es un sistema de ejes en el cual están representados los valores de las variables relacionadas.

Un sistema de ejes cartesianos está relacionado por dos rectas perpendiculares: la horizontal el **eje de las abscisas**, designada con la letra “**x**” y la vertical, el **eje de ordenadas**, con la letra, con la letra “**y**”

En cada eje se representan los valores de cada una de las variables: en el eje horizontal, la **variable independiente** y en el vertical, la **variable dependiente**.

Las escalas utilizadas en cada eje pueden ser distintas, pero siempre respetando en cada uno de ellos la unidad elegida.

Cada punto en el gráfico corresponde a un par ordenado (**x;y**), en el cual la primera componente corresponde a la variable independiente y la segunda, a la variable dependiente.

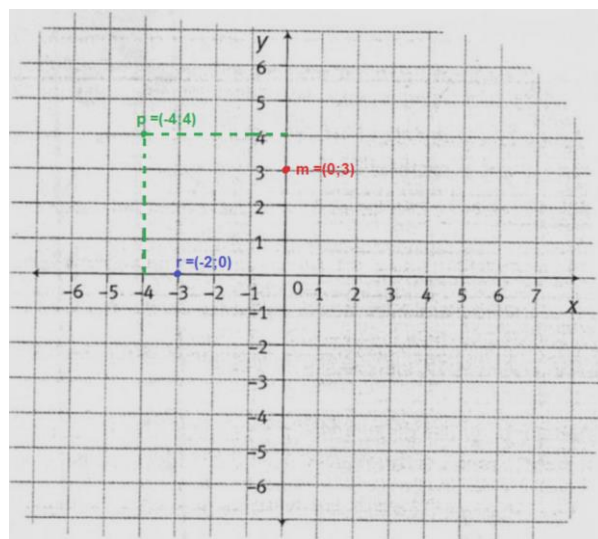
Los ejes deben estar graduados, de manera que entre dos números consecutivos

(correspondientes al mismo eje) haya siempre la misma distancia; puede suceder que en cada eje se tome una unidad diferente.

El punto **p** marcado tiene como valor de abscisa **-4** y como ordenada **4**, por lo tanto, el punto **p** = **(-4; 4)**.

Si alguno de los valores de las coordenadas

es **0**, entonces el punto queda sobre alguno de los dos ejes: **m** = **(0; 3)** sobre el eje **y**; **r** = **(-2;0)** sobre el eje **x**.

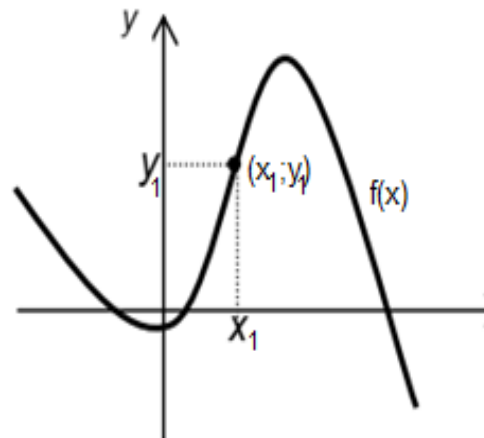


FUNCIÓN

¿Qué es una función?

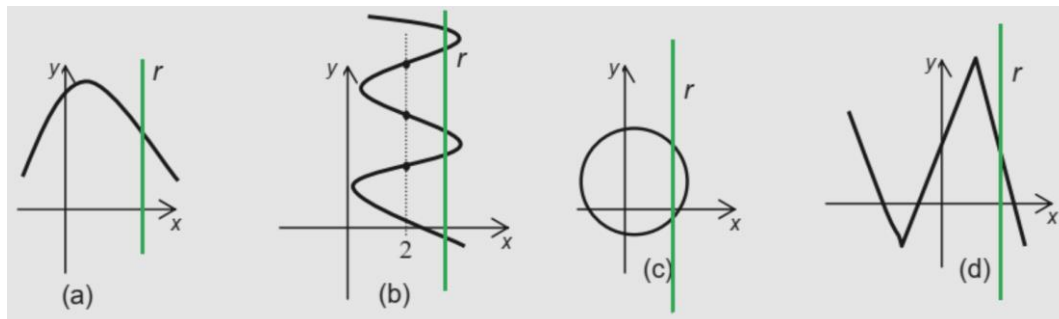
Una relación entre dos variables, comúnmente designadas por x e y , se llamará **función** siempre que se pueda encontrar una ley que asigne **a cada** valor de x (variable independiente) **un único** valor de y (variable dependiente).

Se dice en este caso que y es función de x



No toda *relación* entre dos variables resulta ser una función, de ahí que se puede plantear la siguiente pregunta ante la representación gráfica de una relación entre dos variables

¿Cuándo un gráfico representa una función y cuándo no?



La gráfica (a) representa una función, porque para cada x le corresponde un único y . La segunda (b) no lo es, porque para algunos valores de x , por ejemplo, para $x = 2$ le corresponden varios valores de y . El gráfico (c), de una circunferencia no es función, (d) si lo es, para cada x hay un único y .

Recordar

Un gráfico representa una función si dada cualquier recta r paralela al eje y , ésta corta al gráfico en un único punto.

La definición de función incluye conjuntos de elementos cualesquiera, numéricos o no numéricos. A nosotros nos interesan las funciones definidas en conjuntos numéricos cuyas relaciones están definidas por operaciones aritméticas.

Hemos empleado la letra “*f*” para designar a una función, podríamos representarlas también con letras como “*h*”, “*g*” Asimismo hemos elegido a “*x*.” como letra para designar la variable independiente, pero podríamos utilizar “*s*”, “*t*.”

Para indicar que un elemento “*x*” del conjunto A está relacionado con un elemento “*y*” del conjunto B decimos que el par ordenado (*x*, *y*) pertenece a la función y escribimos $(x, y) \in f$

✓ Dominio, condominio e imagen de una función

El símbolo $f(x)$ se lee “*f* de *x*” o “*f* en *x*”

• **Dominio de una función *f*** se lo define como el mayor conjunto de números reales (*x*) para los cuales tiene sentido la regla, ó más precisamente para los cuales $f(x)$ toma un valor real. Se denota **Dom *f*** o **D_f**.

• El **condominio** es el conjunto que contiene a todos los valores que puede tomar la función.

• **Imagen de una función *f*** es el conjunto de los valores posibles de $f(x)$ cuando *x* varía a través del dominio. Cada elemento *y* del codominio que está asociado a un elemento *x* del dominio de *f*, se llama **imagen de *x*** y se escribe $y = f(x)$.

ATENCIÓN: En la notación $f(x)$ la “*x*” se conoce como **argumento** de la función y su imagen se conoce como **valor numérico de la función**.

✓ Diferentes formas de representar una función

La relación entre las variables independiente y dependiente puede establecerse mediante: gráficas, tablas numéricas, textos, expresiones algebraicas.

- *A través de gráficos:*

Para interpretar un gráfico se pueden tener en cuenta las siguientes preguntas.

a. ¿Qué información proporciona el gráfico?

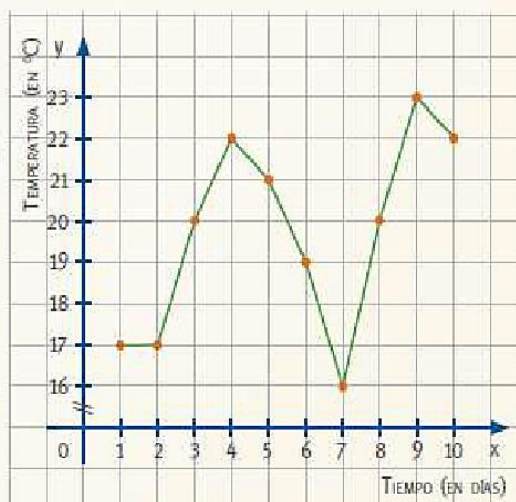
El gráfico informa las temperaturas que se registraron durante los primeros diez días de un mes.

b. ¿Cuáles son las variables que se relacionan? ¿Cómo están expresadas?

Las variables que se relacionan son el tiempo (en días) y la temperatura (en °C). El tiempo es la variable independiente, y la temperatura, la variable dependiente.

c. ¿Cuáles son las variaciones que tiene el gráfico? ¿Qué significado tienen?

Por ejemplo, entre los días 2 y 4 la temperatura aumentó; entre los días 4 y 7 disminuyó. El primer día se mantuvo constante.

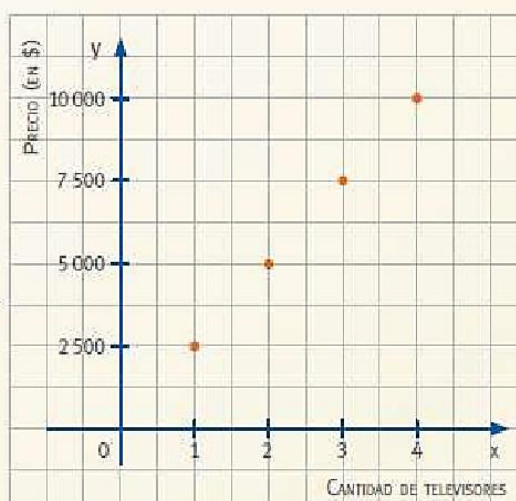


El gráfico informa el precio de los televisores según la cantidad.

Las variables que se relacionan son el precio (en \$) y la cantidad de televisores.

El gráfico es de puntos aislados porque la cantidad de televisores es un número natural.

Para representar las cantidades en cada eje, se tomaron escalas distintas.



- **A través de tablas de datos:**

La siguiente tabla muestra la estatura de un niño desde 0 a 5 años.

Edad (años)	0	1	2	3	4	5
Estatura (cm)	49	63	75	84	96	109

Las tablas de datos nos permiten analizar la relación entre variables. En este caso, nos podemos preguntar, por ejemplo: ¿Hay alguna relación entre la estatura y la edad? ¿El crecimiento por año es uniforme?

- **A través de expresiones algebraicas:**

Hay una gran cantidad de funciones que pueden expresarse mediante una expresión algebraica (fórmula), que relaciona de forma exacta y sintética la relación entre variables. Por ejemplo:

$$1) h = 80 - 5t^2 \quad \text{donde } h = f(t)$$

$$2) l = 0.05p \quad \text{donde } l = f(p)$$

Algunas de las ventajas que presentan las expresiones algebraicas (o fórmulas) son: la comodidad en la expresión, la precisión en los cálculos, la posibilidad de recurrir a modelos conocidos y estudiados, y la aplicación de métodos específicos para analizar las funciones y extraer gran cantidad de información.

ALGUNOS TIPOS DE FUNCIONES:

✓ Función Afín:

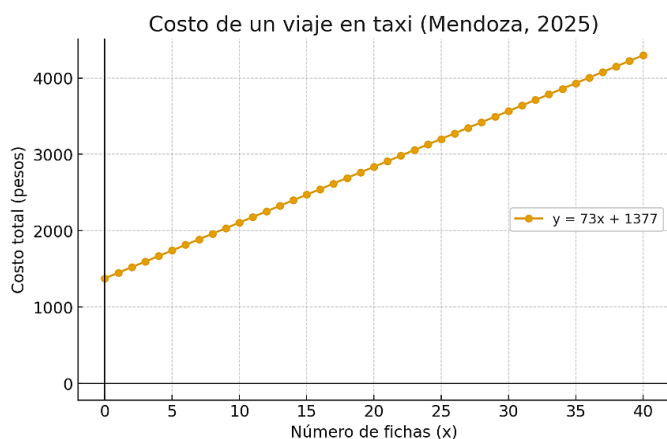
Analicemos la siguiente situación:

“Un taxista en Mendoza inicia su viaje. Al empezar, se cobra la bajada de bandera que cuesta \$1.377. Luego, el valor de la “ficha” es de \$ 73 (supondremos, para simplificar, que sólo se aplica por distancia recorrida). Sea “x” la cantidad de fichas usadas después de la bajada de bandera, e “y” el costo total del viaje en pesos. Deseamos conocer la expresión (fórmula) que representa la situación, la tabla con algunos datos numéricos y su representación gráfica.

Expresión (fórmula) que representa el costo del viaje:

$$y(x) = 73 \cdot x + 1377$$

- x = número de fichas
- $y(x)$ = costo total en pesos



(x)	y (x)
0	1377
5	1742
10	2107
15	2472
20	2837

Expresión general de la función afín:

$$y(x) = a \cdot x + b$$

donde:

- **x** es la variable independiente
- **y** es la variable dependiente
- “**a**” es la pendiente
- “**b**” es la ordenada al origen

FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Observemos el siguiente ejemplo, que relaciona el número de sacos de papas y el peso de los mismos (en kg)

Nº de sacos de papas (x)	1	2	3	...	26
Peso en kg (y)	20	40	60	...	520

Las magnitudes “*número de sacos de papas*” y “*peso en kg*” son directamente proporcionales, ya que existe una relación entre ellos, que cumple que $y = 20 \cdot x$ siendo $k = 20$ la constante de proporcionalidad. La representación gráfica de esta *función de proporcionalidad directa* será:



Dos variables son directamente proporcionales si al aumentar o disminuir una de ellas, la otra aumenta o disminuye en la misma proporción (el mismo número de veces). Es decir, si x es directamente proporcional a y , se cumple que el cociente entre y con x es igual a una constante, que llamaremos k (constante de proporcionalidad).

$$\frac{y}{x} = k$$

FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD INVERSA:

Partiendo del análisis de una nueva situación:

“Si 3 hombres necesitan 24 días para hacer un trabajo, ¿cuántos días emplearán 18 hombres para realizar el mismo trabajo?”

En este caso, a doble número de trabajadores, el trabajo durará la mitad; a triple número de trabajadores, el trabajo durará la tercera parte, etc. Por tanto, las magnitudes tienen una relación de proporcionalidad inversa (también se dice que son inversamente proporcionales).

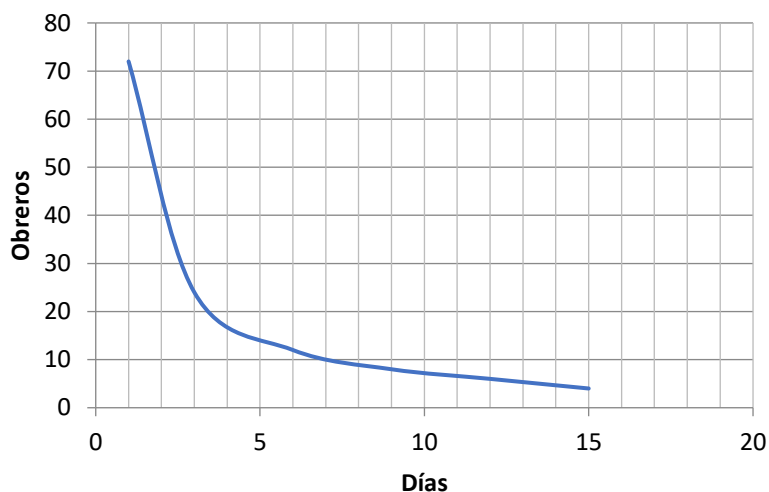
Observemos la tabla:

Hombres (x)	3	6	9	...	18
Días (y)	24	12	8	...	?

De su análisis obtenemos que los productos $3 \cdot 24 = 6 \cdot 12 = 9 \cdot 8 = 72$. Por tanto, para responder a la pregunta planteamos: $18 \cdot x = 72$, y concluimos que los 18 hombres tardarán 4 días en hacer el trabajo.

Nótese que aquí la constante de proporcionalidad, que es $k=72$, se obtiene multiplicando las magnitudes, y que su producto será siempre igual.

La representación gráfica de esta función de proporcionalidad inversa será:



Dos variables son inversamente proporcionales si al aumentar o disminuir una de ellas, la otra disminuye o aumenta (respectivamente) en la misma proporción (el mismo número

de veces). Es decir, si x es inversamente proporcional a y , se cumple que el producto entre y con x es igual a k (constante de proporcionalidad).

$$y \cdot x = k$$

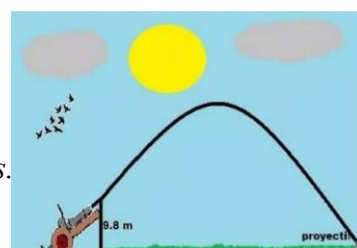
FUNCIÓN CUADRÁTICA

Estudiamos el siguiente problema:

“Un cañón dispara un proyectil desde una altura de 9,8m sobre el suelo, como indica el gráfico de más abajo. La bala realiza una trayectoria parabólica de ascenso y descenso hasta tocar el suelo, modelizado por la siguiente expresión:

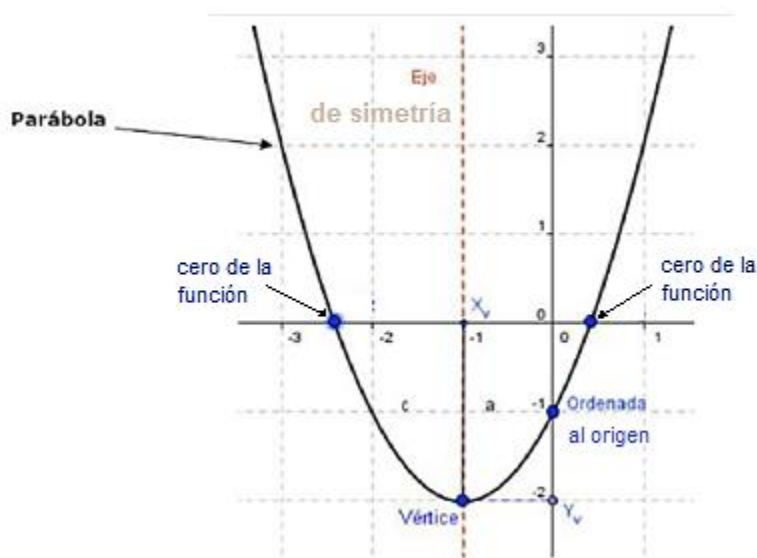
$$f(t) = -4,9 \cdot t^2 + 24,5 \cdot t + 9,8$$

donde t es el tiempo en segundos y $f(t)$ es la altura en metros.



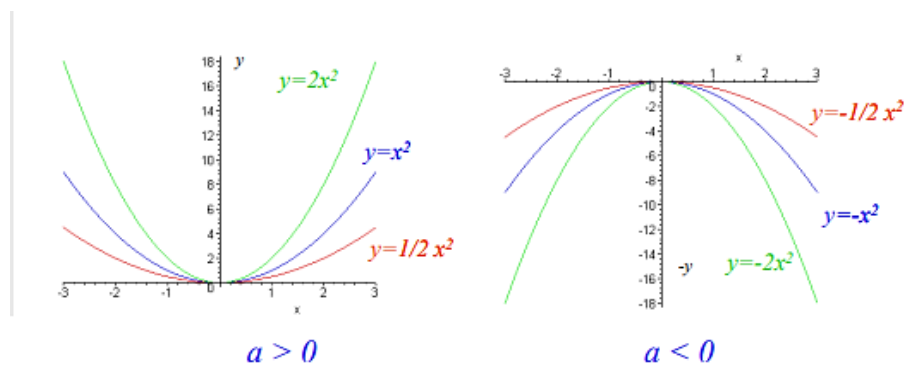
Toda función que puede expresarse de la siguiente forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a , b y c son números reales y $a \neq 0$, se denomina **Función Cuadrática**. Esta forma de escribir a la función cuadrática se denomina polinómica.

El gráfico de una función cuadrática está formado por puntos que pertenecen a una curva llamada parábola. Los elementos que se distinguen en él son:



$$f(x) = ax^2 \quad \text{con} \quad a \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

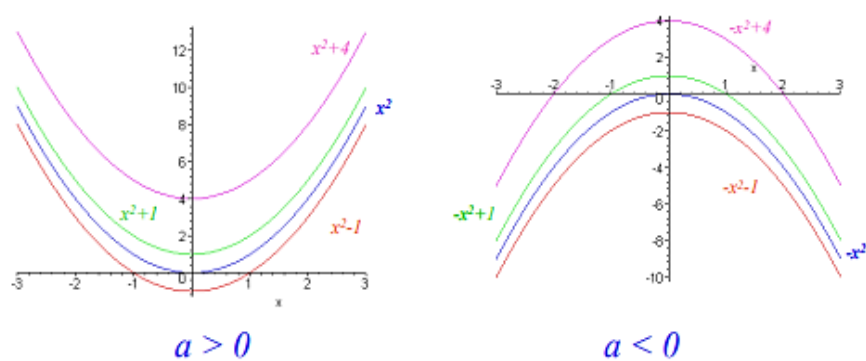
Gráfico de las funciones $y = ax^2$



Como se observa en las gráficas, la función toma el mismo valor para valores opuestos de x , su gráfico es simétrico respecto del eje y . El eje y es el eje de simetría de la parábola; su ecuación es $x = 0$. El único punto que pertenece al eje de simetría y la parábola es el vértice. En estos casos es el punto $V = (0,0)$.

$$f(x) = ax^2 + c \quad \text{con} \quad a, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

Gráfico de las funciones $y = ax^2 + c$



Como se observa en las gráficas, la función se desplaza en forma vertical de acuerdo al parámetro “ c ” que es el término independiente. Según sea su valor, la parábola interseca con el eje de ordenadas (y)

Resumiendo, los principales elementos de la parábola para el trazado de su gráfica y el posterior análisis

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ es la forma polinómica de la función cuadrática
- La gráfica es una parábola
- La orientación de la parábola depende del signo de “a”

$\begin{cases} a > 0 \text{ ramas hacia arriba} \rightarrow \text{función cóncava} \\ a < 0 \text{ ramas hacia abajo} \rightarrow \text{función convexa} \end{cases}$

- El eje de simetría viene dado por la recta $x = -\frac{b}{2a}$
- La coordenada “x” del vértice se obtiene: $-\frac{b}{2a}$
- La coordenada “y” del vértice se obtiene analizando la función $ax^2 + bx + c$ en el valor obtenido con $-\frac{b}{2a} \rightarrow f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c$
- Los puntos de corte (donde la función vale cero) de la parábola con el eje de abscisas (x) viene dado por las dos soluciones de la ecuación cuadrática
 $ax^2 + bx + c \rightarrow x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} ; x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Son $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$
- El punto de corte de la parábola con el eje de ordenadas (y) viene dado por el punto $(0, c)$

HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS PARA GRAFICAR FUNCIONES

¿Cómo utilizar GeoGebra para representar funciones?



Te sugerimos observar el siguiente tutorial:

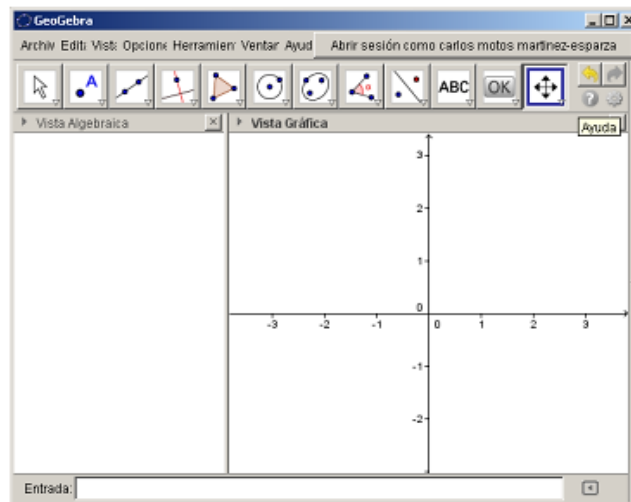
<https://youtu.be/dak27u84W94?si=VmMClet80el6UVAp>

Preparando el programa

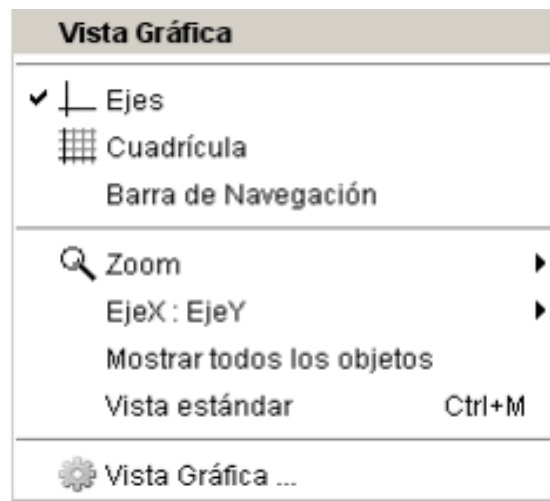
En esta sección supondremos que todo el mundo conoce de manera rudimentaria GeoGebra y que está instalado en cada uno de los puestos informáticos. Arrancamos el programa haciendo doble click en el icono y nos encontraremos una pantalla como ésta:

Podemos distinguir las dos vistas más importantes de GEOGEBRA:

- a) Vista algebraica. Aquí se verán reflejadas todas las fórmulas y objetos de nuestras construcciones
- b) Vista Gráfica (2-D) donde se dibujarán todos nuestros gráficos



- c) Es recomendable que usemos la rejilla. Nos ayuda a localizar y representar objetos. (Todo es un objeto en Geo Gebra). Haciendo click con el botón derecho en el tapiz blanco de la vista grafica aparecerán las siguientes opciones: Seleccionamos y la activamos.
- d) También es importante que esté activado el cajón de entrada. Algunas instalaciones no lo tienen activado por defecto y es en ese cajón donde vamos a introducir nuestras funciones y comandos. Aparece en la parte inferior de la ventana del programa:

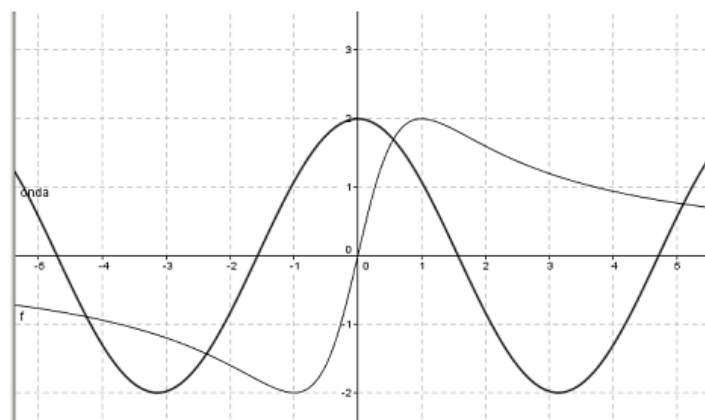


Ahora ya podemos empezar a trabajar con funciones y utilizar las diferentes opciones del programa.

Introducción de funciones

Para obtener la gráfica de una función $y=f(x)$ basta con escribir en el cajón de entrada la fórmula analítica de la función. Si escribimos y pulsamos INTRO obtendremos la gráfica de la función y además el programa le asignará un nombre por defecto (en este caso $f(x)$). Podemos, asignarle nosotros el nombre que queramos a una función, basta con escribir

nombre(x)= “expresión analítica” por ejemplo $\text{onda}(x)=2*\cos(x)$ obteniendo las siguientes gráficas.



Capacidad: Resolver ecuaciones e inecuaciones lineales en contextos diversos, justificando procedimientos y resultados.

Saberes:

- Ecuaciones e inecuaciones de primer grado y sus posibles soluciones.
- Propiedades de igualdad y desigualdad.
- Métodos algebraicos de resolución.
- Interpretación gráfica de soluciones.
- Intervalos reales.

Introducción_

Para resolver problemas de cualquier índole, de la vida cotidiana, de las ciencias, de ingeniería, de ciencias sociales, generalmente se utilizan herramientas de modelización matemática. Pero, ¿cuál es el significado de modelizar matemáticamente una situación problemática? Un modelo es una representación selectiva y simplificada de la realidad. El modelo es una representación porque sustituye a la realidad. Se construye primero en la mente de la persona, a partir de la percepción del sistema real. Luego puede volcarlo a un esquema, una maqueta, fórmulas matemáticas, enunciados verbales, entre otros. La representación es selectiva y simplificada, porque no toma todos los elementos de la realidad, sino sólo los que nos parecen importantes.

ECUACIONES

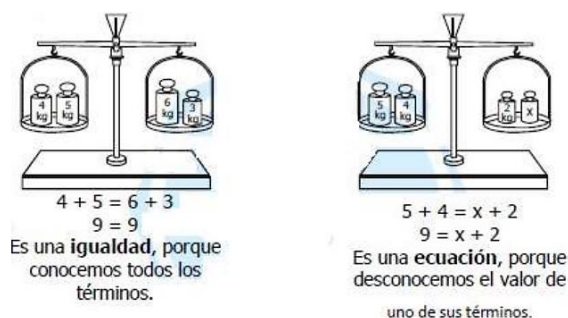
¿Qué es una ecuación?

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que se cumple para determinados valores de la incógnita.

El término proviene del latín *aequatio* (igualdad), y refleja la idea de equilibrio entre dos miembros separados por el signo “=”

Los valores conocidos pueden ser números, coeficientes o constantes; y también variables cuya magnitud se haya establecido como resultado de otras operaciones. Las incógnitas, representadas generalmente por letras, constituyen los valores que se pretende hallar. Estas suelen estar afectadas por distintos exponentes, siendo el mayor el que determine el

grado de la ecuación. Llamaremos soluciones a aquellos valores que, al remplazar la incógnita, transformen la ecuación en una igualdad.



Ejemplo inicial:

$$2x + 3 = 7$$

Aquí el signo “=” indica que el valor de la expresión a la izquierda (miembro de la izquierda = $2x + 3$) debe ser igual al valor de la expresión a la derecha (7 = miembro de la derecha)

Resolver una ecuación significa **encontrar los valores de la variable** que hacen verdadera esa igualdad.

Cada miembro de la ecuación puede estar compuesta por monomios.

Los MONOMIOS tienen tres partes importantes:

- El coeficiente (que puede ser cualquier número real)
- La parte literal (que es la/s letra/s)
- La operación que los une (que por lo general es una multiplicación)

✓ Ecuaciones de primer grado

Una **ecuación de primer grado** (también llamada lineal) es aquella en la cual la incógnita aparece elevada a la primera potencia, y no está dentro de radicales ni en denominadores con variables.

La forma general es:

$$ax + b = c \rightarrow \text{donde } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ y } a \neq 0$$

Ejemplos:

- $x - 2 = 17$, es una igualdad siempre y cuando $x = 19$
- $3x + 2 = 7$, es una igualdad siempre y cuando $x = 5/3$

Los valores de la incógnita x que hacen que la ecuación se convierta en una proposición verdadera, se denominan soluciones de la misma.

El proceso de determinar las soluciones se denomina resolución de la ecuación.

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen la misma solución. En la resolución de la ecuación intentamos determinar una que sea más simple y equivalente, en la cual aparezca la incógnita sólo en uno de los lados de la igualdad

Ejemplo con número racionales

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x + 2 &= \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2}x + 2 - 2 &= \frac{3}{4} - 2 \rightarrow \text{Restamos 2 en ambos miembros} \\ \frac{1}{2}x &= -\frac{5}{4} \rightarrow \text{Luego de operar, nos queda} \\ \frac{1}{2}x \cdot 2 &= -\frac{5}{4} \cdot 2 \rightarrow \text{Multiplicamos por 2 en ambos miembros} \\ x &= -\frac{10}{4} \rightarrow \text{Luego de operar, nos queda} \\ x &= -\frac{5}{2} \rightarrow \text{simplificamos} \end{aligned}$$

¿QUÉ SUCEDE CUANDO EN LA ECUACIÓN LA INCÓGNITA APARECE MÁS DE UNA VEZ?

Debemos agrupar los términos semejantes. Cuando dos términos poseen la misma variable y exponente se los denominan términos semejantes. Entonces ¿Cómo se resuelve una ecuación en la que aparece más de una vez la incógnita?

Esta vez, vamos a agrupar los términos semejantes y reducirlos antes de desarrollar la ecuación:

**RECUERDA
SEPARAR
EN
TÉRMINOS**

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 1. \quad 8x - 5 + 2x &= 25 \\ 8x + 2x &= 25 + 5 \\ 10x &= 30 \\ x &= 30 : 10 = 3 \end{aligned}$$

Agrupamos los términos semejantes transponiéndolos

✓ Posibles soluciones de una ecuación de primer grado

Las ecuaciones de primer grado en una variable pueden tener tres situaciones:

Una única solución (lo más habitual).

Ejemplo:

$$5x - 10 = 0$$

$$\text{Resolviendo: } 5x = 10 \Rightarrow x = 2$$

La solución es única: $x = 2$

Infinitas soluciones (cuando ambos miembros son equivalentes).

Ejemplo:

$$2x + 6 = 2(x + 3)$$

$$\text{Desarrollando: } 2x + 6 = 2x + 6$$

Esto es una identidad: cualquier valor de x la satisface.

Por lo tanto, el conjunto solución es: El conjunto de los números Reales ($\mathbb{R}$)

Ninguna solución (cuando se obtiene una contradicción).

Ejemplo:

$$4x + 3 = 4x - 5$$

Restando $4x$ a ambos miembros, tenemos que $3 = -5$, lo cual es falso.

No existe valor de x que lo cumpla.

El conjunto solución es el **conjunto vacío**: $\emptyset$

Observación:

Esto muestra que no siempre una ecuación tiene una sola respuesta. Por eso es clave hablar de **posibles soluciones** y verificar los resultados.

✓ Ecuación modular o con valor absoluto

Es una ecuación en donde las variables se ven afectadas por valor absoluto. En este caso hay que distinguir las distintas posibilidades de la expresión afectada por el valor absoluto, para poder plantear las ecuaciones equivalentes para hallar todas las posibles soluciones.

Por ejemplo, si la ecuación es

$$|x| = 3 \text{ entonces } x = 3 \text{ o bien } x = -3$$

Por ejemplo, si la ecuación es

$$|5x + 2| = 3 \text{ entonces: } 5x + 2 = 3 \text{ o bien } 5x + 2 = -3$$

Y luego se resuelven ambas ecuaciones y así se encuentran las soluciones posibles para dicha ecuación.

INECUACIONES

Una **inecuación** es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas que se cumple para un conjunto de valores de la incógnita.

En lugar del signo “=”, aparecen los signos:

“<” (menor que)

“>” (mayor que)

“≤” (menor o igual que)

“≥” (mayor o igual que)

Ejemplo inicial:

$X + 2 < 5$ Esta desigualdad es verdadera para todos los valores de x menores que 3.

✓ Inecuaciones de primer grado

Una **inecuación lineal de primer grado** es aquella en la que la variable aparece de forma lineal (a la primera potencia).

Su forma general es:

$$Ax + b <, >, \leq, \geq c$$

donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Ejemplos:

$$2x - 1 < 5$$

$$-3x + 4 \geq 7$$

- Posibles soluciones de una inecuación

A diferencia de las ecuaciones, las inecuaciones suelen tener **infinitos valores como solución**, organizados en intervalos.

a) Una inecuación cuya solución es un intervalo no acotado

Ejemplo:

$$2x + 1 \leq 7$$

Resolviendo: $2x \leq 6 \Rightarrow x \leq 3$

La solución es el **intervalo**: $(-\infty, 3]$

b) Una inecuación sin solución

Ejemplo:

$$X + 2 < x - 5$$

Restando x a ambos miembros, tenemos $2 < -5$, lo cual es falso.

No hay ningún número real que cumpla la condición.

El conjunto solución es $\emptyset$

c) Una inecuación con todo el conjunto de los números Reales (R) como solución

Ejemplo:

$$X + 3 \geq x - 5$$

Restando x a ambos miembros, tenemos $3 \geq -5$, lo cual es siempre cierto.

Por lo tanto, cualquier número real satisface la inecuación.

El conjunto solución es: El conjunto de los números Reales (R)

d) Una inecuación cuya solución es un intervalo acotado

Ejemplo:

$$-6 < x + 2 < 8$$

Resolviendo: $-8 < x < 6$

La solución es el **intervalo** $(-8, 6)$

✓ Representación de soluciones de acuerdo a $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ y si es acotado o no acotado

- **En las inecuaciones**, se representa un intervalo sombreado:

inecuaciones	Solución en notación de intervalo	Representación gráfica de la solución
$a < x < b$	(a, b)	
$a \leq x < b$	$[a, b)$	
$a < x \leq b$	$(a, b]$	
$a \leq x \leq b$	$[a, b]$	

Solución de la inecuación	Solución en notación de intervalo	Representación gráfica de la solución
$x < a$	$(-\infty, a)$	
$x \leq a$	$(-\infty, a]$	
$x > a$	$(a; \infty)$	
$x \geq a$	$[a; \infty)$	

Capacidad: Analizar situaciones geométricas que involucren semejanza, perímetro, área y relaciones trigonométricas en triángulos rectángulos.

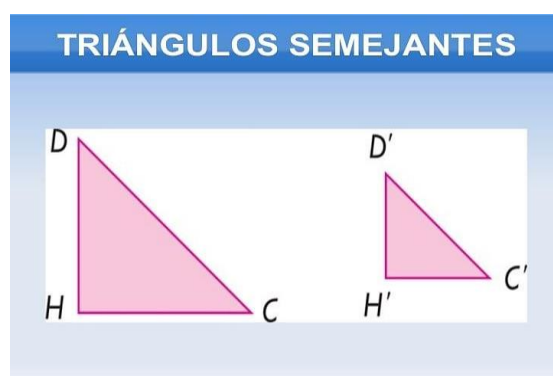
Saberes:

- Condiciones y criterios de semejanza.
- Cálculo de perímetro y área.
- Razones trigonométricas en triángulos rectángulos (seno, coseno, tangente).
- Aplicación del teorema de Pitágoras.
- Uso de herramientas tecnológicas para construcción y visualización de triángulos rectángulos.

CRITERIOS DE SEMEJANZA

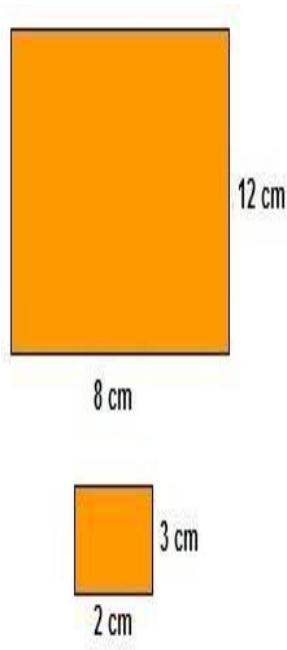
En Geometría, la **semejanza** entre dos o más figuras, nos indica que comparten la misma forma, pero distinto tamaño. Es decir; las dimensiones de las figuras pueden ser distintas de un modo proporcional.

En la siguiente figura, observamos dos triángulos que son **semejantes** ya que comparten la forma, pero las dimensiones de los lados son distintas (guardan cierta proporcionalidad). El hecho de tener lados homólogos que cumplen cierta proporcionalidad, genera que el tamaño de la segunda figura sea menor que el de la primera.



A continuación, se observan dos rectángulos semejantes, ya que tienen la misma forma, pero lados homólogos diferentes que hacen cambiar el tamaño. La proporcionalidad de los lados debe cumplirse en todas sus medidas homólogas.

Cálculo de la constante o razón de proporcionalidad:



$$K = \frac{\text{lado mayor}}{\text{lado menor}}$$

Las bases de los rectángulos miden 8 cm y 2 cm, mientras que las alturas miden 12 cm y 3 cm respectivamente. Por lo que la constante de proporcionalidad será 4

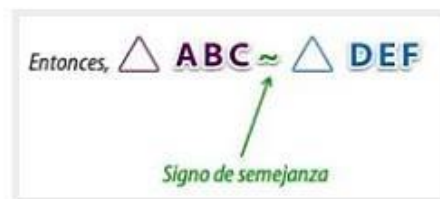
$$K = \frac{\text{lado mayor}}{\text{lado menor}} = \frac{8 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} = 4$$

$$K = \frac{\text{altura mayor}}{\text{altura menor}} = \frac{12 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = 4$$

Esto significa que, la longitud de todos los lados homólogos en el rectángulo de menor tamaño disminuye 4 veces con respecto a la longitud de los lados del rectángulo de mayor tamaño.

✓ **Criterios de semejanza entre triángulos.**

Se llaman **criterios de semejanza** de dos triángulos, a un conjunto de condiciones tales que, si se cumplen, tendremos la seguridad de que los triángulos son semejantes.

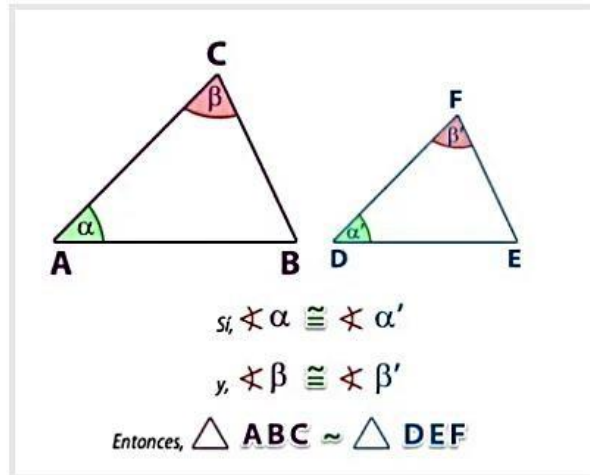


Dos triángulos son semejantes si sus ángulos tienen la misma medida uno a uno, respectivamente y los lados opuestos a dichos ángulos son proporcionales.

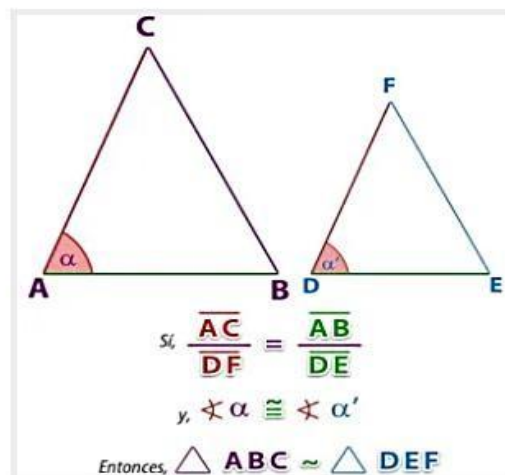
En los triángulos semejantes, los ángulos congruentes (de igual medida) y los lados proporcionales reciben el nombre de homólogos.

Para determinar la semejanza entre dos triángulos existen tres criterios que son los siguientes:

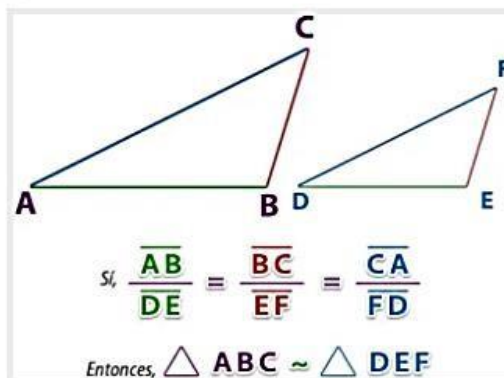
- **PRIMER CRITERIO:** Dos triángulos son semejantes si tienen dos de sus ángulos respectivamente iguales.



- **SEGUNDO CRITERIO:** Dos triángulos son semejantes si dos de sus lados son proporcionales respectivamente y congruente el ángulo que forman



- **TERCER CRITERIO:** Dos triángulos son semejantes si sus tres lados son respectivamente proporcionales.



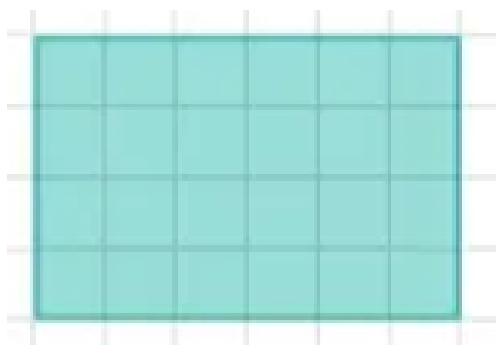
PERÍMETRO Y ÁREA

✓ Cálculo de perímetros:

En muchas oportunidades es necesario conocer la longitud de un contorno, por ejemplo, de una cerca, para saber cuántos listones de madera harán falta para construirla; la cantidad de alambre que se debe comprar para alambrar un campo; el largo de una cinta para hacer el reborde de un mantel o de una prenda de vestir. Cuando hablamos de la longitud de un contorno hacemos referencia al *perímetro*.

El perímetro de una figura es igual a la suma de las medidas de todos sus lados. Para calcular el perímetro, todos los lados deben estar expresados en la misma unidad de medida.

Ejemplo:



El siguiente rectángulo, si consideramos que la longitud de los lados de cada cuadradito mide 1cm, entonces sus lados miden: base = 6cm y altura = 4cm. Por lo tanto, su perímetro será:

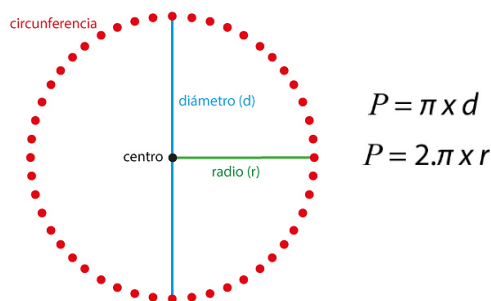
$$\text{Perímetro} = 6\text{cm} + 4\text{cm} + 6\text{cm} + 4\text{cm} = 20\text{cm}$$

$$P = 20\text{cm}$$

CASO ESPECIAL: “El perímetro de una CIRCUNFERENCIA”

La circunferencia se considera como el contorno de un círculo. Un círculo es considerado como un polígono regular de infinitos lados. Por este motivo, el sumar longitudes de lados en este caso no es posible y debemos recurrir a una fórmula.

El perímetro de una circunferencia, también llamado longitud de la circunferencia, se calcula con la fórmula $P = 2 \cdot \pi \cdot r$ (donde r es el radio) o $P = \pi \cdot d$ (donde d es el diámetro). Se multiplica el diámetro por el valor de π (aproximadamente 3,14159265) para obtener la longitud del contorno del círculo.

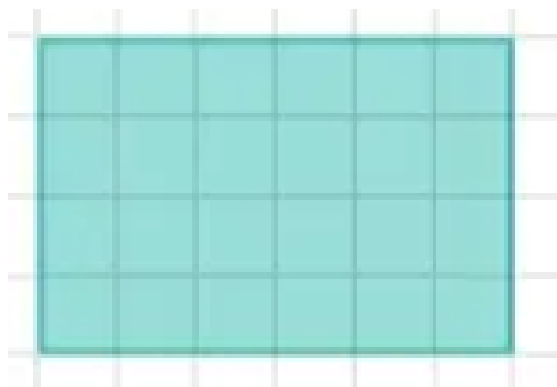


✓ Cálculo de áreas:

En matemática y geometría, el área es una medida que se utiliza para cuantificar la extensión de una superficie bidimensional, como un rectángulo, un triángulo, un círculo o cualquiera otra forma geométrica plana.

El área se expresa en unidades cuadradas, como metros cuadrados (m²) o centímetros cuadrados (cm²). Se calcula mediante fórmulas específicas para cada figura geométrica, dependiendo de sus características.

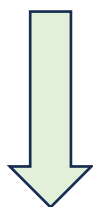
Ejemplo:

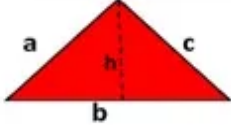
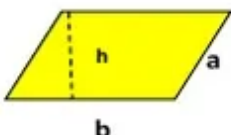
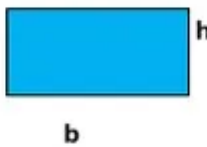
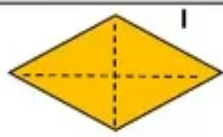
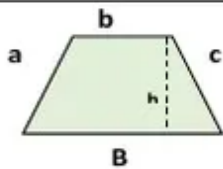
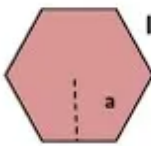
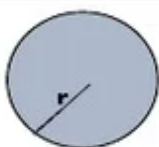


Si queremos obtener el área de la figura del ejemplo anterior, podemos contar los cuadraditos y observar que en total son 24. Y como cada cuadradito es de lado 1cm, entonces cada cuadradito tiene por área 1cm^2 . Luego el cuadrado total tiene un área de 24cm^2

$$A = 24\text{cm}^2$$

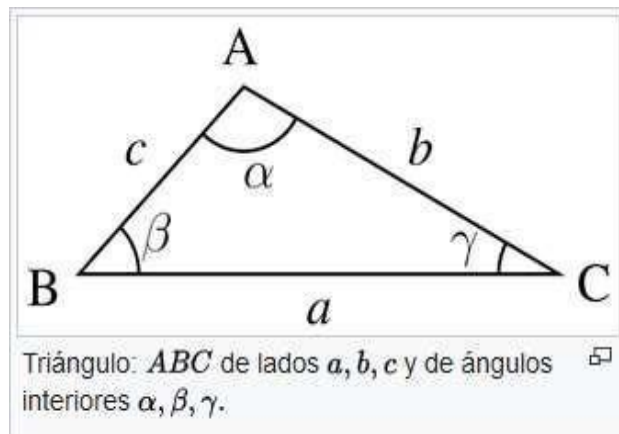
A continuación, se presentan algunas de las figuras geométricas más importantes, con sus fórmulas más para calcular áreas en matemáticas.



NOMBRE	FIGURA	AREA
TRIANGULO Es la porción de plano limitada por tres segmentos de recta.		$A = \frac{b \times h}{2}$ b: base h: altura
PARALELOGRAMO Cuadrilátero que tiene los lados paralelos y congruentes dos a dos.		$A = b \times h$ b: base h: altura
CUADRADO Cuadrilátero que tiene cuatro lados y ángulos rectos congruentes.		$A = l^2$ l : medida del lado
RECTÁNGULO Cuadrilátero cuyos cuatro lados forman ángulos rectos entre sí. Los lados opuestos tienen la misma longitud.		$A = b \times h$ b: base h: altura
ROMBO Cuadrilátero cuyas dos diagonales se cruzan en ángulo de 90° sus lados son congruentes.		$A = \frac{D \times d}{2}$ D: diagonal mayor d: diagonal menor
TRAPECIO Cuadrilátero que tiene dos de sus lados paralelos y los otros dos no. Los lados paralelos se llaman: base mayor (B) y base menor (b).		$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$ B: base mayor b: base menor h: altura
POLIGONO REGULAR Porción de plano limitada por segmentos de recta, todos sus lados y ángulos son congruentes o de igual medida.		$A = \frac{p \cdot a}{2}$ $A = \frac{n \cdot l \cdot a}{2}$ P: perímetro a: apotema n: número de lados l: medida del lado
CÍRCULO Región del plano compuesta por un punto llamado centro y todos los puntos que se encuentran a igual o menor distancia del centro.		$A = \pi \cdot r^2$ $\pi = 3,1415 \dots \approx 3,14$ r: radio del círculo

TRIÁNGULOS

Un triángulo es una figura geométrica plana formada por tres segmentos no colineales. Esos segmentos se denominan lados, y se unen de a dos en un punto denominado vértice; el triángulo tiene tres vértices.



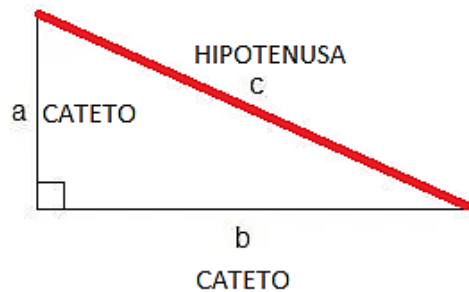
Para que tres segmentos puedan ser lados de un triángulo, deben cumplir con una propiedad denominada **desigualdad triangular**, es decir que la medida de cada lado es menor que la suma de las medidas de los otros dos lados.

Además, cada par de lados forma un ángulo con vértice, en el vértice del triángulo; así, el triángulo tiene tres ángulos interiores que cumplen con la **propiedad angular** de que la suma de las medidas de esos ángulos es 180° .

✓ Clasificación de los triángulos



Según podemos observar en el gráfico anterior, un **triángulo rectángulo** es aquel que tiene uno de sus ángulos interiores cuya medida es 90° . En estos triángulos, los lados reciben nombres particulares: se llama **hipotenusa** al lado mayor del triángulo, que es el opuesto al ángulo recto; y **catetos** a los otros dos lados que forman al ángulo recto.



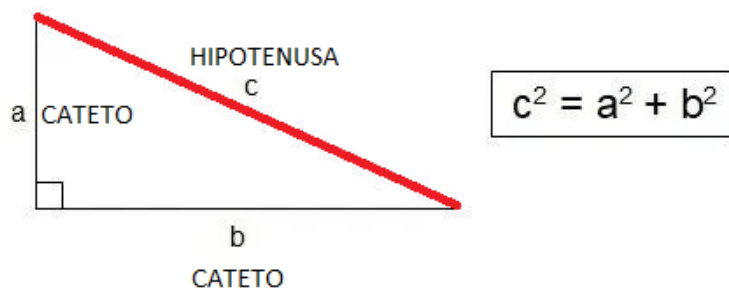
Considerando los tres lados de un triángulo rectángulo, hay que diferenciar:

- Los catetos: Lados que forman el ángulo recto (de 90°)
- La hipotenusa: Es el lado de mayor longitud y opuesto al ángulo recto.

TEOREMA DE PITÁGORAS

En los triángulos rectángulos, se establece una relación entre sus lados definida como “el Teorema de Pitágoras”, atribuida al filósofo y matemático griego Pitágoras de Samos, que dice lo siguiente:

Enunciado del Teorema de Pitágoras: “En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la **HIPOTENUSA** es igual a la suma del cuadrado de los **CATETOS**”



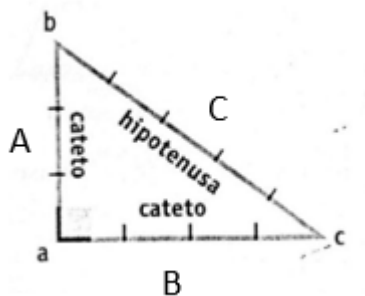
APLICACIÓN: El Teorema de Pitágoras nos permite averiguar alguna de las longitudes de cualquier lado desconocido en todo triángulo rectángulo, siempre que conozcamos las longitudes de los otros dos lados

Ejemplo:

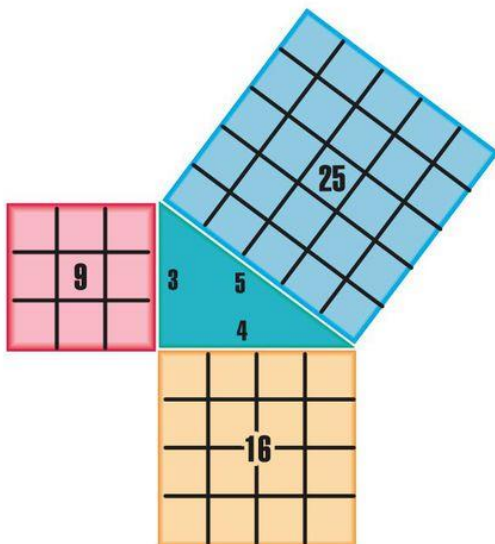
En el triángulo rectángulo de la figura, la hipotenusa C mide 5 unidades y los catetos A y B miden 3 y 4 unidades respectivamente.

De la ecuación $c^2 = a^2 + b^2$ se pueden realizar los siguientes despejes:

- Despejamos a: $a^2 = c^2 - b^2$ entonces $a = \sqrt{c^2 - b^2}$
- Despejamos b: $b^2 = c^2 - a^2$ entonces $b = \sqrt{c^2 - a^2}$
- Despejamos c: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$



Si construimos un cuadrado sobre cada uno de los lados del triángulo, y tomamos como unidad el cuadrado, observamos que: $C^2 = 25$ $A^2 = 9$ $B^2 = 16$



La suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos, es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa.

$$C^2 = A^2 + B^2$$

$$25 = 9 + 16$$

Si en el triángulo del ejemplo anterior no conociéramos el cateto “A”, sabiendo que el cateto B = 4 y la hipotenusa C = 5, lo encontramos utilizando esta fórmula: $A = \sqrt{C^2 - B^2}$

que es una de las tres fórmulas que se derivan del despeje de la fórmula del Teorema de Pitágoras, por lo cual, reemplazando los valores conocidos, obtenemos el valor desconocido de A:

$$A = \sqrt{C^2 - B^2}$$

$$A = \sqrt{5^2 - 4^2}$$

$$A = \sqrt{25 - 16}$$

$$A = \sqrt{9}$$

$$A = 3$$

TRIGONOMETRÍA

✓ Razones trigonométricas en triángulos rectángulos

La trigonometría plana tiene como objetivo resolver triángulos. Cada triángulo está constituido por seis elementos, tres lados y tres ángulos. Resolver un triángulo, significa determinar los elementos desconocidos cuando se tienen algunos datos y ciertas relaciones entre ellos.

Como vimos anteriormente, un triángulo rectángulo es aquel que tiene uno de sus ángulos interiores cuya medida es 90° . En estos triángulos, los lados reciben nombres particulares: se llama hipotenusa al lado mayor del triángulo, que es el opuesto al ángulo recto; y catetos a los otros dos lados que forman al ángulo recto.

En todo triángulo rectángulo se cumplen algunas relaciones en particular.

✓ *Los ángulos agudos son complementarios:*

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ$$

✓ *El Teorema de Pitágoras, que relaciona las medidas de los tres lados.*

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

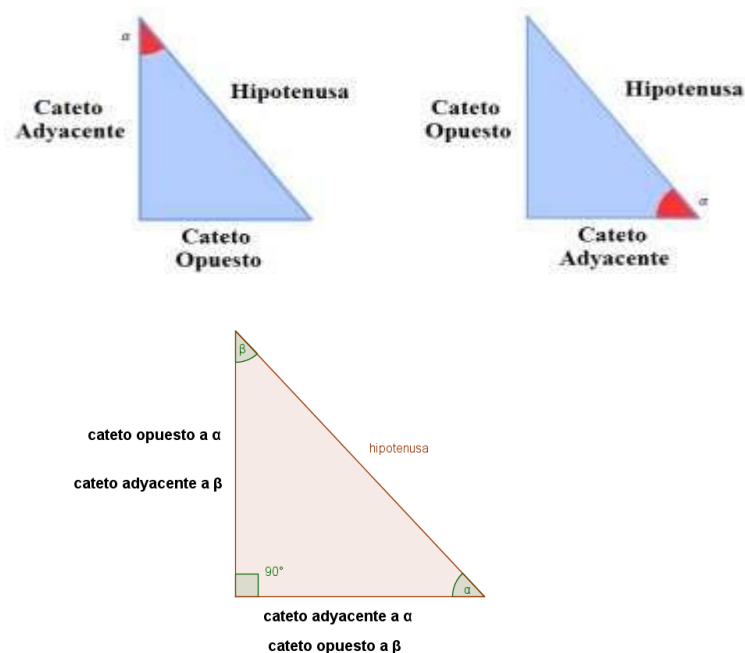
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Además de las relaciones anteriores que solamente vinculan ángulos entre sí o lados entre sí, pueden establecerse otras relaciones que vinculan medidas angulares y de lados. Éstas se denominan razones trigonométricas y vinculan las medidas de los lados de un triángulo rectángulo con las medidas de los ángulos agudos del mismo.

Para cada uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo, uno de los catetos es **adyacente** a él y el otro **opuesto**.

- Cateto opuesto: Es aquel lado del triángulo opuesto al ángulo que se va a tener en cuenta.
- Cateto adyacente: Es aquel lado del triángulo que “sostiene” o está al lado del ángulo que se va a tener en cuenta.



Teniendo en cuenta a la hipotenusa y los catetos diferenciados en cateto adyacente y cateto opuesto, las razones trigonométricas respecto de un ángulo agudo α del triángulo rectángulo, se definen de la siguiente manera:

- Seno de un ángulo α : Es el cociente o razón entre la medida del cateto opuesto y la medida de la hipotenusa. Se expresa como:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

- **Coseno de un ángulo α** : Es el cociente o razón entre la medida del cateto adyacente y la medida de la hipotenusa. Se expresa como:

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto.adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

- **Tangente de un ángulo α** : Es el cociente o razón entre la medida del cateto opuesto y la medida del cateto adyacente. Se expresa como:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{cateto.opuesto}}{\text{cateto.adyacente}}$$

*El valor de una razón trigonométrica **no posee unidades**, sino que solo es una expresión decimal que indica la relación entre estas medidas y el valor del ángulo.*

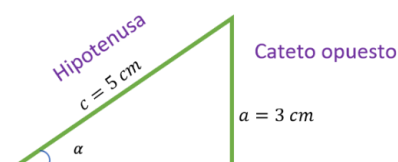
Curiosidades...

SOH-CAH-TOA: una manera sencilla de recordar

SOH-CAH-TOA es un acrónimo que se usa para poder memorizar las definiciones de las razones trigonométricas más importantes: seno, coseno y tangente. La siguiente tabla explica su significado.

Acronimo	Descripcion verbal	Definicion matematicas
SOH	Seno es Opuesto sobre Hipotenusa	$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}}$
CAH	Coseno es Adyacente sobre Hipotenusa	$\cos \alpha = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}}$
TOA	Tangente es Opuesto sobre Adyacente	$\tan \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$

Ejemplo:



$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{a}{c} = \frac{3}{5} = 0.6$$

A continuación, se muestra una tabla donde figuran los resultados de algunas de las razones trigonométricas para diferentes valores de ángulos (expresados tanto en grados sexagesimales como en radianes)

Grados	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Radianes	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
Coseno	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
Tangente	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	no definida	0	no definida	0

✓ Herramientas tecnológicas para la construcción y visualización de triángulos rectángulos.

La Geometría es una rama de la matemática donde la representación gráfica de las figuras geométricas resulta fundamental no sólo para ilustrar una situación, sino también para lograr la comprensión de un concepto. Por lo general, este proceso resulta ser bastante complejo para los alumnos, dado que se requiere tomar medidas con instrumentos geométricos como regla, compás transportador, para lograr figuras con medidas exactas de lados y ángulos. Sin embargo, hoy en día es posible simplificar estos procesos utilizando los recursos tecnológicos disponibles para poder graficar diversas figuras geométricas. Estas herramientas nos posibilitan lograr mayor precisión y ahorrar tiempo en la construcción por lo cual resultan ser muy útiles.

Entre ellas, GEO GEBRA es una de las herramientas más utilizadas, por ser muy accesible, amplia y amigable en cuanto a sus posibilidades y de uso bastante intuitivo.

(tal como se compartió el enlace en el apartado correspondiente a “Álgebra y funciones”, puedes utilizarlo)

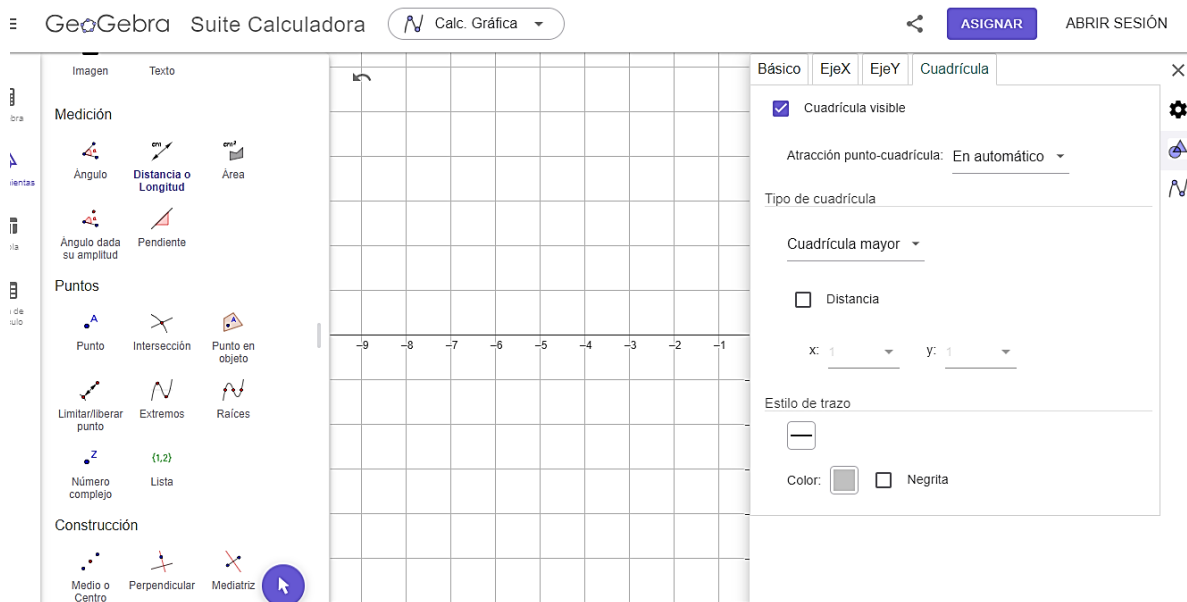
Puedes descargar la versión en App para tu celular o computadora o bien recurrir a la versión online en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/classic?lang=es-AR>

A continuación, te indicaremos los pasos para construir un triángulo rectángulo en GeoGebra:

1. Configuración inicial en GeoGebra

Activar la cuadrícula y los ejes

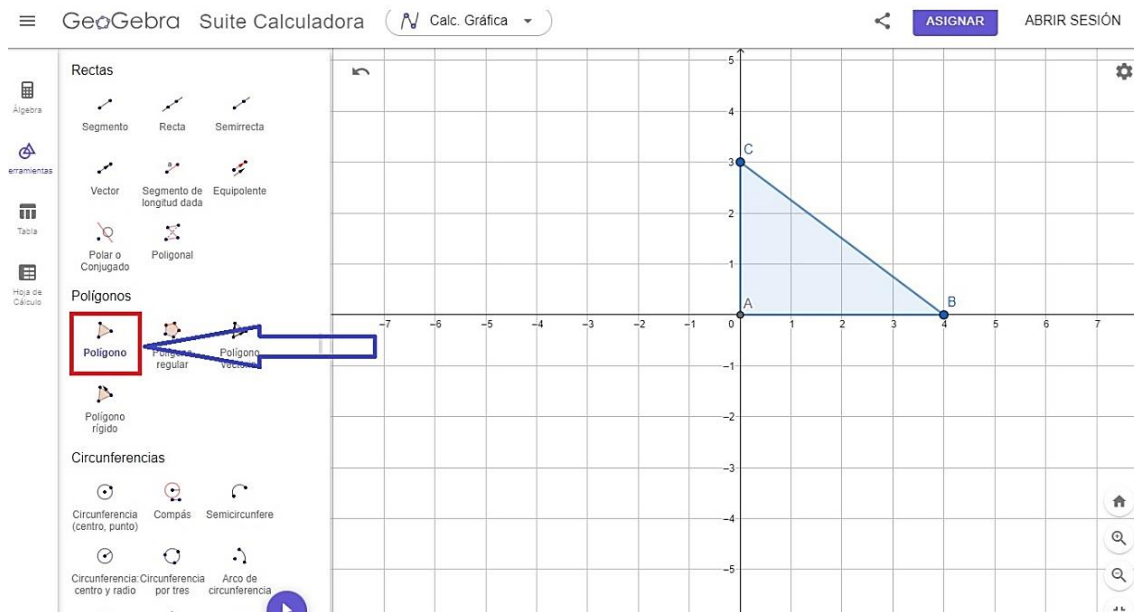
1. En la esquina superior derecha, hacer clic en el icono de "Ajustes" ubicado en la esquina superior derecha (⚙).
2. Activar los ejes y cuadrícula:
 - En la ventana "Vista General" → "Ejes" y asegurarse de que esté marcada.
 - En la ventana "Vista General" → "Cuadrícula" y activarla.
 - En la ventana "Vista General" → "Tipo de cuadrícula" → "Cuadrícula mayor".
 - En la ventana "Vista General" → "Distancia o Longitud" → "En automático" y desactivar la opción. Luego, escribir 1 en cada configuración para Eje X y Eje Y.
3. Configurar la cantidad de decimales:
 - Ir a "Ajustes" → "General" → "Redondeo" y seleccionar 10 cifras decimales.



2. Construcción del triángulo rectángulo con base igual a 4 y altura igual a 3

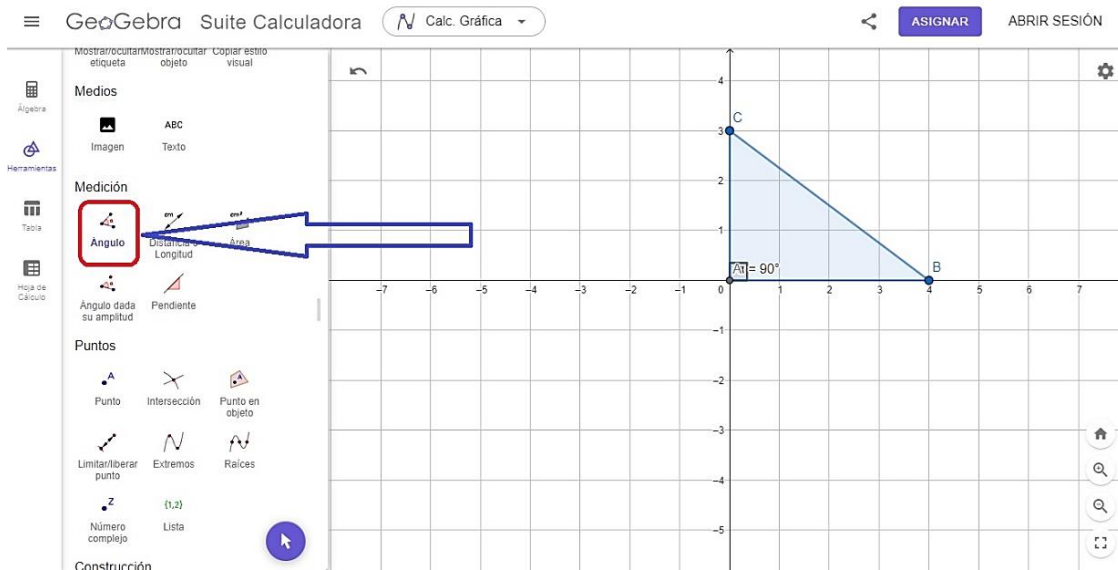
1. Seleccionar la herramienta "Polígono" y colocar sus vértices en:

- $A = (0,0)$ (es decir, donde se cruzan los ejes X e Y).
- $B = (4,0)$ (es decir, marcar en el 4 sobre el Eje X).
- $C = (0,3)$ (es decir, marcar en el 3 sobre el Eje Y).
- Para finalizar la construcción del triángulo volver a marcar en el punto A.



2. Verificar que el triángulo es rectángulo en A:

- Abrir más opciones con “MÁS”, buscar la sección de “Medición” y seleccionar “Ángulo”.
- Hacer clic en los puntos en orden B, A, C y comprobar que el ángulo es 90°.



Se puede observar que el triángulo ABC construido es un triángulo rectángulo, dado que tiene uno de sus tres ángulos interiores recto, el ángulo BAC

Capacidad: Interpretar y comunicar información estadística y probabilística mediante gráficos, medidas de tendencia central y análisis de datos en contextos reales.

Saberes

- Representación gráfica de datos (barras, histogramas, sectores).
- Medidas de tendencia central (media, mediana, moda).
- Conceptos y cálculos básicos de probabilidad.
- Análisis e interpretación de datos en contextos prácticos.
- Cálculo de probabilidades vía fórmulas y métodos empíricos.

ESTADÍSTICA

¿QUÉ ES LA ESTADÍSTICA?

La estadística es la rama de las matemáticas que estudia cómo recopilar, organizar, analizar, interpretar y presentar datos para tomar decisiones informadas y hacer predicciones sobre fenómenos inciertos. Se divide principalmente en estadística descriptiva, que resume los datos, y estadística inferencial, que generaliza los hallazgos de una muestra a una población más grande, utilizando el cálculo de probabilidades.

Les compartimos un video sobre la Estadística:

<https://youtu.be/nFB-1Y1yMdo>

¿PARA QUE NOS SIRVEN LOS GRÁFICOS ESTADÍSTICOS?

Los gráficos estadísticos nos permiten mostrar la conclusión que después de un gran trabajo se ven presentados en gráficos.

Hay diferentes tipos de gráficos, algunos son:

Gráfico de Barras: <https://www.youtube.com/watch?v=J-IDNbXM2wE>

Gráfico Circular: <https://www.youtube.com/watch?v=RBgtRte7r5w>

Pictograma: <https://www.youtube.com/watch?v=4zGN3sKV8T0>

Estos videos nos permiten recordar algunos de los tipos de gráficos.

Para construir estos gráficos debemos conocer más sobre estadística y qué elementos necesitamos para la construcción de los mismos.

✓ Población y Muestra

Al recoger datos relativos a las características de un grupo de individuos u objetos, sean alturas, pesos de estudiantes de una universidad, valores normales de glucosa en sangre, etc., suele ser imposible o poco práctico observar todo el grupo, en especial si es muy grande. En vez de explorar y observar el grupo entero, llamado población o universo, se examina una pequeña parte del grupo, denominada muestra.

POBLACIÓN: conjunto de individuos o elementos sobre los cuales se hace una investigación estadística. En el lenguaje conjuntista es el conjunto referencial o universo. Una población puede ser finita o no finita (infinita), según el número de elementos del conjunto.

Ejemplo: La población en una empresa puede estar definida por la producción de tornillos en un día determinado; por el personal de guardia en un turno de trabajo; por las órdenes de pedido de un artículo producido; por los productos defectuosos en una producción, etc.

MUESTRA: subconjunto representativo de una población.

Ejemplo: del problema anterior en el ejemplo de población, una muestra por ejemplo sería la cantidad de tornillos producidos durante una hora.

✓ Variables estadísticas

¿QUÉ SON LAS VARIABLES ESTADÍSTICAS?

Se denomina variable a los aspectos que se pretenden estudiar de una población, ya sea considerando todos los individuos que la componen o una muestra representativa.

Los diarios publican a menudo estadísticas acerca de determinadas características de una población. Por ejemplo: el censo nacional tiene en cuenta la edad de los individuos, las condiciones de la vivienda; existen datos sobre el salario según la profesión; la cantidad de ganado de una determinada provincia; el porcentaje de intención de voto a un determinado candidato ante una futura elección; etc.

La edad, el salario, la cantidad de ganado, tomarán diferentes valores para cada uno de los individuos de la muestra. Por eso se llaman variables. En estadística interesa saber cuántas veces se repiten los diferentes valores: de las edades, de los salarios, del ganado, etc. Existen variables cualitativas y variables cuantitativas.

TIPOS DE VARIABLES

VARIABLES CUALITATIVA	VARIABLES CUANTITATIVAS	
Indican una cualidad o característica de un individuo o elemento de la población.	La respuesta obtenida es un número. Valores que resultan de contar o medir.	
	DISCRETA	CONTINUA
	Son las que se asocian al conteo. Solo pueden tomar algunos valores enteros.	Son las que se asocian al proceso de medición. Solo puede tomar todos los valores de un intervalo racional.

ejemplos

VARIABLES CUALITATIVAS:

- El sexo.
- Las enfermedades.
- Los títulos de un profesor.
- El estado civil.
- La nacionalidad,

VARIABLES CUANTITATIVAS DISCRETAS:

- Números de camas de un hotel
- Cantidad de obreros de una fábrica.
- Cantidad de libros en una biblioteca.
- La edad.

VARIABLES CUANTITATIVAS CONTINUAS:

- La estatura.
- Velocidad de un vehículo.
- El peso.
- La temperatura

✓ TABLAS DE FRECUENCIAS

Una de los primeros pasos que se realizan en cualquier estudio estadístico es la tabulación de resultados, es decir, recoger la información de la muestra resumida en una tabla en la que a cada modalidad se le asocian determinados números que representan el número de veces que ha aparecido, su proporción con respecto a otros valores de la variable, etc. Estos números se denominan frecuencias.

Así tenemos los siguientes tipos de frecuencias

✓ FRECUENCIAS

FRECUENCIA ABSOLUTA:

La frecuencia absoluta de una variable estadística es el número de veces que una modalidad ha sido observada, es decir el número de veces que aparece en la muestra dicho valor de la variable.

FRECUENCIA RELATIVA:

La frecuencia absoluta, es una medida que está influida por el tamaño de la muestra, al aumentar el tamaño de la muestra aumentará también el tamaño de la frecuencia absoluta. Esto hace que no sea una medida útil para poder comparar. Para esto es necesario introducir el concepto de frecuencia relativa, que es el cociente entre la frecuencia absoluta y el tamaño de la muestra.

FRECUENCIA PORCENTUAL:

La frecuencia relativa es un tanto por uno, sin embargo, hoy día es bastante frecuente hablar siempre en términos de tantos por ciento o porcentajes, por lo que esta medida resulta de multiplicar la frecuencia relativa por 100.

FRECUENCIA ABSOLUTA ACUMULADA:

Para poder calcular este tipo de frecuencias hay que tener en cuenta que la variable estadística ha de ser cuantitativa o cualitativa ordenable. En otro caso no tiene mucho sentido el cálculo de esta frecuencia. La Frecuencia absoluta acumulada de un valor de la variable, es el número de veces que ha aparecido en la muestra un valor menor o igual que el de la variable.

FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA:

Al igual que en el caso anterior la Frecuencia relativa acumulada es la frecuencia absoluta acumulada dividido por el tamaño de la muestra.

FRECUENCIA PORCENTUAL ACUMULADO:

Análogamente se define la Frecuencia porcentual acumulada como la frecuencia relativa acumulada por 100.

Los datos y las frecuencias se pueden organizar en una tabla de frecuencias colocando los datos (variable) en la primera columna y las frecuencias en las siguientes columnas.

Cantidad de hijos	Frecuencia Absoluta	frecuencia Relativa	frecuencia Porcentual	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa Acumulada	Frecuencia Porcentual Acumulada
1	2	0,1	10%	2	0,1	10%
2	4	0,2	20%	6	0,3	30%
3	6	0,3	30%	12	0,6	60%
4	4	0,2	20%	16	0,8	80%
5	2	0,1	10%	18	0,9	90%
6	2	0,1	10%	20	1	100%
Total =	20	1	100%			

✓ MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

¿QUE SON LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL?

Las medidas de tendencia central son valores numéricos que describen una distribución de datos y representan el punto central alrededor del cual tienden a concentrarse los valores. Son útiles para sintetizar y simplificar grandes cantidades de datos en una sola cifra representativa.

Las principales medidas de tendencia central son: **la media, la mediana y la moda**

La Media	La Mediana	La Moda
Es el valor promedio de un conjunto de datos. Cómo se calcula: Suma todos los valores y divide por la cantidad de datos.	Es el valor que se encuentra justo en el medio cuando los datos se ordenan de menor a mayor. Cómo se Calcula: Ordena los datos y selecciona el valor central.	Es el valor que aparece con mayor frecuencia en un conjunto de datos. Cómo se Calcula: Identifica el número que se repite más veces.
Ejemplo $(10 + 15 + 20 + 25) / 4 = 17.5$	Ejemplo Para 5, 8, 10, 12, 15, la mediana es 10.	Ejemplo En 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, la moda es 5.

1. MEDIA (promedio):

La media es la medida de tendencia central más común. Se calcula sumando todos los valores de un conjunto de datos y dividiendo entre el número total de datos. Se simboliza con $\bar{x}$.

2. MEDIANA:

La mediana es el valor que se encuentra en el centro de un conjunto de datos cuando los datos están organizados en orden creciente o decreciente. Si el

número de datos es impar, la mediana es el valor del medio. Si el número de datos es par, la mediana es el promedio de los dos valores centrales. Se simboliza con *Me*.

3. MODA:

La moda es el valor o los valores que más se repiten en un conjunto de datos. Se simboliza con *Mo*.

Un conjunto de datos puede tener:

- Una moda (un valor que se repite más que los demás),
- Bimodal (dos valores que se repiten con la misma frecuencia),
- Multimodal (más de dos valores con la misma frecuencia),
- Ninguna moda (si no hay valores que se repitan).

Les compartimos un video sobre las Medidas de Tendencia Central:

<https://youtu.be/0DA7Wtz1ddg?si=Vid34LvAxkgD-vM1>

PROBABILIDAD

¿QUÉ ES LA PROBABILIDAD?

Concepto intuitivo de Probabilidad

El concepto de la probabilidad no es ajeno al campo de la ciencia: cuando los resultados de nuestros experimentos no pueden predecirse con exactitud, es importante disponer al menos de una medida del grado de certidumbre con que puede ocurrir cada uno de sus posibles resultados. Esa medida es precisamente lo que llamamos probabilidad.

Ejemplo:

Cuando lanzamos una moneda al aire no sabemos si va a salir cara o cruz. No obstante, si la moneda está bien construida, podemos esperar que la mitad de las veces que la lancemos salga cara y la otra mitad cruz. Decimos de esta manera que la probabilidad de sacar cara es de un 50% y la de sacar cruz otro 50%. Aunque aquí hemos expresado la probabilidad en tanto por ciento, en la práctica es más frecuente expresar la probabilidad como proporción (en tanto por 1): esto es, la probabilidad de sacar cara es 0.5, y la de sacar cruz es también 0.5.

Para definir correctamente el concepto de probabilidad debemos definir los siguientes conceptos previos:

✓ Experimento aleatorio:

Es aquel cuyo resultado es incierto o depende del azar; es decir que es un hecho o acontecimiento, cuyo resultado no se puede predecir y solamente se conoce una vez que ocurre. Su opuesto sería un experimento determinista, cuyo resultado es predecible con anterioridad a la realización del experimento.

✓ Espacio muestral:

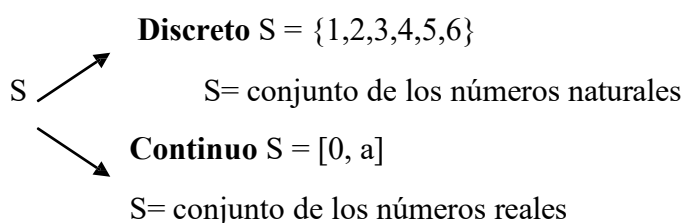
El conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio se llama *espacio muestral*.

Ejemplo 1: En el experimento de arrojar un dado legal y observar el resultado, el espacio muestral es:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Ejemplo 2: Si se está interesado en la distribución de las edades de los habitantes de una ciudad y se considera el experimento de observar la edad de uno de sus individuos, entonces puede considerarse como espacio muestral.

Un espacio muestral puede ser **discreto** o **continuo**.



✓ SUCESO

Cada punto del espacio muestral es un resultado posible del experimento. El término **suceso** está vinculado al concepto de **experimento aleatorio**.

Si bien vamos a precisar este concepto más adelante, podemos decir, en general, que un evento o suceso es cualquier subconjunto de un espacio muestral. Volviendo al ejemplo del experimento aleatorio relacionado con el dado, un evento (o suceso) es el subconjunto.

$A = \{2, 4, 6\}$ que surgiría como resultado de que salga “un número par”.

En general, los sucesos los designaremos con una letra mayúscula imprenta.

✓ Sucesos especiales

- **Suceso seguro:** Su probabilidad es 1 (siempre ocurre).

Ejemplo: Al lanzar un dado, “obtener un número del 1 al 6”.

- **Suceso imposible:** Su probabilidad es 0 (nunca ocurre).

Ejemplo: Al lanzar un dado, “obtener el número 7”.

- **Suceso posible:** Su probabilidad de salir es entre 0 y 1 ($0 < prob. < 1$)

Ejemplos:

1) Moneda: Lanzamos una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara?

- Casos favorables = 1 (cara)
- Casos posibles = 2 (cara o cruz)
- $P(\text{cara}) = \frac{1}{2} = 0,5$

2). Dado:

Se lanza un dado. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número mayor que 4?

- Casos favorables = $\{5, 6\} = 2$
- Casos posibles = 6
- $P(\text{número mayor que 4}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

3) . Baraja española (40 cartas):

¿Cuál es la probabilidad de sacar un oro?

- Casos favorables = 10 (los 10 oros de la baraja)
- Casos posibles = 40
- $P(\text{oro}) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

✓ Definición de probabilidad (a priori)

Cuando los resultados posibles de un experimento aleatorio se pueden contar y tienen todas las mismas posibilidades de ocurrir, la probabilidad de que suceda cada uno de ellos se calcula mediante la siguiente fórmula, que se conoce como *regla de Laplace o definición clásica*:

$$P(\text{suceso A}) = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número total de casos posibles}}$$

- Que esta definición sea *a priori*, significa que no es necesario realizar el

experimento para calcularla, es anterior a la experiencia.

- Una limitación de esta definición es que los sucesos intervinientes deben ser equiprobables, o sea, tener toda la misma probabilidad de ocurrir, además de ser mutuamente excluyentes, es decir, que no pueden ocurrir al mismo tiempo, como los lados de una moneda o las caras de un dado.
- Del concepto clásico de probabilidad surge que la probabilidad le asigna a un suceso un número entre 0 y 1.

(A medida que aumentamos el número de lanzamientos, la frecuencia relativa se acerca a 0,5, que es la probabilidad teórica).

Les compartimos un video sobre la Probabilidad:

<https://youtu.be/WeeEE8o1aqM?si=mhMwd1VL2uHmyAO>